METALLMANOMETER
ALS HOCHDRUCK-PRÄZISIONSMESSER,

GEPRÜFT MIT DEM

AMAGATSCHEN MANOMETER.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT (II. SEKTION)

DER

LUDWIG MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU MÜNCHEN

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

VORGELEGT

AM 28. OKTOBER 1903

VON

ERNST WAGNER.

LEIPZIG,
JOHANN AMBROSIUS BARTH.
1904.

METALLMANOMETER
ALS HOCHDRUCK-PRÄZISIONSMESSER,

GEPRÜFT MIT DEM

AMAGATSCHEN MANOMETER.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT (II. SEKTION)

DER

LUDWIG MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU MÜNCHEN

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

VORGELEGT

AM 28. OKTOBER 1903

VON

ERNST WAGNER.

LEIPZIG,

JOHANN AMBROSIUS BARTH.

1904.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

GEWIDMET

MEINEM VATER

Inhalt.

Seite

Einleitung 7

Erster Teil.

Das Amagatmanometer und die Bestimmung seiner Konstanten.

I. Die Druckflächen bestimmt aus den Dimensionen 12
II. Die Druckflächen bestimmt aus ihrer Funktion 17
III. Gebrauchsanweisung und Vorsichtsmaßregeln 30

Zweiter Teil.

Die Prüfung der Metallmanometer.

I. Der Temperatureinfluß 35
II. Die elastische Nachwirkung 39
Allgemeines 39
Die elastische Nachwirkung der Metallmanometer . . 47
Ihr Einfluß bei typischen Gebrauchsweisen 51
Ihr Einfluß bei anormalen Gebrauchsweisen 62
III. Die absolute Eichung der Manometer 64

Zusammenfassung der Ergebnisse 66

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549027_0063

Einleitung.

Zur Messung hoher Drucke im Intervall von einigen hundert bis zu 3000—4000 Atm. in absosutem Maß können drei Methoden dienen. Die *erste* unmittelbarste, welche Quecksilbersäulen von einigen hundert Meter Höhe verwendet, kommt wegen ihrer Unhandlichkeit, ihrer technischen Unausführbarkeit und auch ihres geringen Bereiches wegen naturgemäß nicht in Betracht und hat nur noch historisches Interesse. Amagat und Cailletet verwirklichten sie in der Tat in dem 500 m tiefen Brunnen zu Butte-aux-Cailles, dem 400 m tiefen Schacht bei Saint-Etienne und neuerdings[1]) unter Benutzung des Eiffelturmes in Paris. Die *zweite* Methode mißt die Kraftwirkung des Druckes auf eine ihm dargebotene begrenzte und bewegliche Fläche — Stempel — in Gravitationsmaß, d. h. in Gewichten nach der Beziehung:

$$\text{Druck} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}.$$

Sie hat häufig Anwendung gefunden, im besondern bedient sich ihrer die Physikalisch-Technische Reichsanstalt zur Eichung von Hochdruckmanometern. Diese Gewichtsmethode hat hauptsächlich mit zwei Schwierigkeiten zu kämpfen: mit der Kolbenreibung, welche die Empfindlichkeit beschränkt, und mit den Grenzen ihrer Anwendbarkeit nach den höchsten Drucken hin. Wie beträchtlich bei dem bisherigen Meßgebrauch der sogenannten „Stückrathschen Druckwage“ die Unempfindlichkeit auf Druckänderung war, lehren die mitgeteilten Zahlen[2]),

1) L. Cailletet, Compt. rend. **112.** p. 764. 1891.

2) Zeitschr. f. Instrumentenk. **14.** p. 307. 1894. Tätigkeitsbericht der Physik.-Techn. Reichsanstalt; vgl. auch H. F. Wiebe, Zeitschr. f. kompr. u. fl. Gase **1.** p. 8. 1897.

welche besagen, daß bei einem Druck von 20 Atm. die Indifferenzbreite, d. i. der Unterschied der Drucke, welche im steigenden oder fallenden Sinn die erste Bewegung des Kolbens hervorrufen, bis zu 10 Proz. vom zu messenden Druck ansteigt.[1]) Vor kurzem[2]) hat man die Reibung zu vermindern gesucht durch Klopfen und in der Tat die Indifferenzbreite durchschnittlich auf den achten Teil herunterdrücken können, so daß sie für die Drucke von 100, 200, 300 Atm. bez. nur noch 0,11, 0,13, 0,22 Proz. beträgt; durch Rotieren des Kolbens gelang es an einer anderen Druckwage diese Indifferenzbreite sogar auf den minimalen Betrag von 0,02, 0,01, 0,03 Proz. zu bringen. Für höhere Drucke scheint die Reibung beschleunigt zu wachsen und die Gewichtsmethode überhaupt zu versagen; denn hierfür wird gefordert: möglichst dünner Kolben — kleine Druckfläche — bei sehr beträchtlichen Gewichten, die ihn belasten. Die Festigkeit des Stahls setzt hier die untere Grenze für die Kolbendicke; die großen trägen Massen hat man bei der Stückrathschen Druckwage durch Ungleicharmigkeit — 1 : 10 — zu reduzieren gesucht. Freilich bringt man hiermit wieder eine neue Zwangsbewegung für den Kolben herein, die die freie Beweglichkeit gefährdet und die Reibung vergrößert, weil die Justierung der Achse des Zylinders nicht nur eine vertikale sein, sondern noch in ihrer Richtung durch die Schneide des kürzeren Hebelarmes gehen muß. Kürzlich[3]) hat man den Meßbereich unter Belassung der direkten Belastung dadurch zu erweitern gesucht, daß man den anderen Faktor, die wirksame Druckfläche, als *Differenz* zweier nahezu gleich dicken Kolben darstellte, und diese läßt sich natürlich beliebig klein machen, ohne daß die einzelnen Kolben selbst besonders dünn sein müßten. Beide Kolben laufen bei diesem Apparat in derselben Vertikalen und werden von dem zu messenden Hochdruck der dickere nach oben, der dünnere nach unten auf einen starren Rahmen gepreßt; dieser wird als Ganzes also nur mit einer Kraft bewegt, die der Differenz

1) Die *Mitten* der Indifferenzbreite zeigen freilich für verschiedene Versuchsreihen die überraschende Übereinstimmung auf 0,15 Proz.

2) Zeitschr. f. Instrumentenk. 23. p. 176. 1903, letzter Tätigkeitsbericht.

3) l. c. p. 252.

der auf die einzelnen Kolben ausgeübten Kräfte entspricht. Der nach oben gerichteten Resultante halten dann zentrierte Gewichte direkt das Gleichgewicht. Die großen Druckkräfte selbst finden hier also ihre Gegenkräfte in den elastischen Kräften des Rahmens. Man hat hiermit bis zu 1200 Atm. messen können. Freilich dürfte die prozentische Genauigkeit in der Messung dieser Differenzenfläche eben wegen ihrer Kleinheit nicht weit getrieben werden können.

Die *dritte* Methode absoluter Hochdruckmessung endlich vereinigt in sich die Vorzüge der Empfindlichkeit und des unbeschränkten Bereiches. Der betreffende Apparat ist das sogenannte Desgoffesche, besser nach seinem technischen Vollender das *Amagatsche Manometer* à pistons libres.[1]) Auch hier wird ein Kraftgleichgewicht hergestellt, aber nicht zwischen dem Flächendruck und Gewichten, sondern indem man statt der Gewichte selbst wieder einen Flächendruck benutzt, der von einer handlich meßbaren Quecksilbersäule auf eine entsprechend große neue Kolbenfläche ausgeübt wird. So können leicht — nach dem Prinzip der hydraulischen Presse — ohne Anwendung großer träger Massen beliebig große Kräfte zur Erhaltung des Gleichgewichtes gegen den Hochdruck geschaffen werden. Mit wenigen Kombinationen verschiedener Kolben gelang es Amagat, einen Druckbereich bis über 3000 Atm. zu umfassen, obwohl die höchste verfügbare Quecksilbersäule nur 5,20 m betrug. Die Empfindlichkeit ist durch die Anwendung zäher Dichtungsflüssigkeiten unter Fortlassung der früheren Membranen, sowie besonders durch die pendelartige Rotation der beiden Kolben so weit gesteigert, daß die Indifferenzbreite auf unmerkliche Beträge herabgemindert ist. Leider läßt die, wohl einzig von Amagat[2]) ausgeführte, Vergleichung der Angaben seines Manometers mit zwei direkt durch eine turmhohe Quecksilbersäule in einer Kirche Lyons geeichten Gasmanometern keine rechte Beurteilung der Leistungsfähigkeit des ersteren zu, weil das angewandte Übertragungsverhältnis der Drucke nicht angegeben ist und die durchschnitt-

1) E. H. Amagat, eingehende Beschreibung: Ann. de chim. et phys. 29. p. 70—77. 1893; oder auch F. Kohlrausch, Lehrbuch der prakt. Physik unter „Druck".

2) l. c. Tableau 3.

lichen Differenzen in den Angaben von 0,1—0,2 Atm. zwischen 26 und 72 Atm. einen deutlichen systematischen Gang zeigen, der vielleicht einer übersehenen und vermeidbaren Fehlerquelle zugeschrieben werden darf.

In der vorliegenden Arbeit wird man eine eingehende Prüfung eines Amagatschen Manometers für Drucke bis zu 300 Atm. und für das Übertragungsverhältnis ca. 60 finden. Dies letztere war als die wichtigste Konstante des Instrumentes der Gegenstand besonderer Untersuchung. Ich hoffe, man wird ein deutliches Bild von der großen Leistungsfähigkeit dieses Apparates als Präzisionsinstrument zur Messung hoher Drucke gewinnen.

Als solches diente es zu einer Prüfung der so bequemen und gebräuchlichen *indirekten* Druckmesser, der sogenannte Hydraulic- oder Federmanometer, die um ihrer großen praktischen Vorzüge willen — auch ihrer Empfindlichkeit wegen — nicht entbehrt werden können. Andererseits mischen sich die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung höchst störend ein in die Angaben des elastischen Druckorganes und rauben diesen ihre Eindeutigkeit, indem sie dieselben von der Vorgeschichte der Beanspruchung abhängig machen. Da es der Technik noch nicht gelungen ist, nachwirkungsfreie Metalle zu schaffen, so liegt offenbar auf dem anderen Weg der Auffindung eventueller Gesetzmäßigkeiten im Ablauf der störenden Nachwirkungen die Möglichkeit vor, sich von diesen zu befreien. Wenn nun auch die in dieser Richtung von der Thermometrie bezüglich der thermischen Nachwirkung erzielten Erfolge ermutigen, so sind die auf dem eigenen Gebiet der elastischen Nachwirkung an Aneroiden vorliegenden Untersuchungen[1]) des verwickelteren Wesens wegen um so resultatloser verlaufen. Da Hochdruckmanometer nach diesen Gesichtspunkten noch keiner *systematischen*[2]) Prüfung unterworfen zu sein scheinen,

1) Reinhertz, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **7.** p. 189. 1887; Referate l. c. **19.** p. 284 u. p. 318. 1899; P. Hebe (Reichsanstalt), l. c. **20.** p. 253. 1900.

2) Vgl. die Andeutungen bei Wiebe, l. c. und die Vergleichung eines Tait- und Bourdonmanometers untereinander: Phil. Mag. **30.** p. 338. 1890, und mit dem Amagatmanometer von Barus: Phil. Mag. **31.** p. 400. 1891.

so unternahm ich auf Veranlassung von Hrn. Geheimrat Röntgen eine solche an zwei Federmanometern, einem kleineren Genfer und eingehender an einem großen vorzüglichen Instrument der Firma Schäffer-Budenberg, beide bis 300 Atm. reichend. Die Prüfung erstreckt sich auch auf die gesetzmäßigeren thermischen Einflüsse und auf die Frage nach dauernden Gestalts- und Elastizitätsänderungen des Druckorganes.

Es kann daher als das Ziel dieser Arbeit kurz bezeichnet werden: festzustellen, inwieweit Hochdruck-Federmanometer sich als Präzisionsinstrumente eignen. Hierbei möchte ich nicht unerwähnt lassen, daß die gesammelten Erfahrungen unmittelbar nur für die beiden geprüften Individuen Geltung haben.

Hrn. Geheimrat Röntgen sei an dieser Stelle für die Anregung zu dieser Arbeit und für die vielseitige Hilfe, die ich von ihm jederzeit empfing, mein aufrichtigster Dank dargebracht.

Auch Hrn. Dr. Valentiner muß ich hier meinen herzlichsten Dank wiederholen für die unermüdliche Freundlichkeit, mit der er mich durch die Ablesung der Quecksilbersäule unterstützte.

Erster Teil.

Das Amagatmanometer und die Bestimmung seiner Konstanten.

Die wichtigste Konstante des Instrumentes ist das Übertragungsverhältnis der Drucke, d. i. der Maßstab, in welchem die zu messenden hohen Drucke als reduzierte und unmittelbar bestimmbare Quecksilbersäulen auftreten. Dieser ist gegeben durch das Verhältnis der beiden Kolbenquerschnitte, von denen jeder den seiner Fläche umgekehrt proportionalen Druck aufnimmt.

Die Ermittelung dieses Multiplikationsfaktors ist daher unsere nächste Aufgabe.

I. Bestimmung des Übertragungsverhältnisses aus den Dimensionen der Kolben und Zylinder.

Dieser Weg der direkten oder indirekten Abmessung der geometrischen Größen ist wohl der übliche bisher gewesen und wurde anfangs auch hier eingeschlagen. Weil auf ihm übrigens eine bemerkenswerte Genauigkeit zu erreichen ist, und die so gewonnenen Werte uns später zum Vergleich mit anderen, auf experimentelle Weise gefundenen, von Interesse sein werden, so seien kurz die benutzten Apparate und Messungen mitgeteilt.

Der große Bronzekolben hatte einen Durchmesser von ca. 4 cm, die zwei kleinen Stahlkolben von 5,12 und 4,07 mm, so daß zwei Übertragungen ca. 60 und 100 möglich sind.

Die dünnen Stahlkolben konnten mit einem Wildschen Sphärometer[1]) gemessen werden: sie werden behutsam auf dem Objekttischchen vorwärts gerollt, dabei heben sie den Kontaktstift, welcher die Libelle dreht, bis zu einem Maximum, das dann eintritt, sowie der ganze Durchmesser gerade zur Geltung kommt. Dieser maximale Ausschlag der Luftblase wird eingestellt. Hierbei ergaben sich folgende Werte bei Zimmertemperatur.

Für den Durchmesser des dickeren Stahlkolbens:

5,125 mm	5,123 mm			
5,126 „	5,128 „			
5,135 „	5,130 „			
5,131 „	5,135 „	}	Mittel: **5,128** ± 0,002 mm.	
5,132 „	5,125 „			
5,126 „	5,126 „			
	5,125 „			

Für den Durchmesser des dünnen Stahlkolbens:

4,078 4,075 4,076 4,074 4,075 4,076 mm. Mittel: **4,076** ± 0,002 mm.

Der Durchmesser des *Bronze*kolbens wurde mit dem Abbeschen Dickenmesser zu **40,176** ± 0,002 mm gefunden. Weit

1) Die Richtigkeit der absoluten Schraubenwerte wurde mit einem von der Physik.-Techn. Reichsanstalt geeichten Abbeschen Dickenmesser kontrolliert und die gesetzmäßig verlaufenden Korrektionen angebracht.

Wegen der nicht rein zylindrischen Kolbenform — verdickter Kopf des einen Endes — war die sonst bequeme Volumenbestimmung nach dem Prinzip des Auftriebes nicht ausführbar.

geringere Genauigkeit wurde erreicht, wenn man den mit einem feinen farbigen Zeichen versehenen Kolben auf einer ebenen Papierfläche sich möglichst gleitungslos abrollen und so die Peripherie zwischen zwei Indizes markieren ließ.

Jetzt haben wir nun zwar die Maße der drei *Kolben*querschnitte: liefern sie uns aber auch schon die richtigen, für den Druck *wirksamen* Querschnitte? Oder haben die jedenfalls größeren *Hohl*zylinderquerschnitte zu gelten? Die Frage ist offenbar ganz allgemein die: wieviel Anteil hat die dünne, zwischen Kolben und Zylinder strömende zähe Flüssigkeit an dem wirklichen *„funktionellen“* Querschnitt? Die Frage kann noch weiter dahin spezialisiert werden, ob die Zähigkeit selbst von Einfluß ist.

Bevor wir diese Fragen teils theoretisch, teils experimentell beantworten, bestimmen wir erst noch die Querschnitte der *Hohl*zylinder.

Der natürliche Weg ist die Wägung des den Hohlraum erfüllenden Quecksilbers, verbunden mit einer Messung der Zylinderlänge. Der Hohlraum wird abgeschlossen durch zwei kleine planparallele Glasplatten, die dicht aufgedrückt wurden. Etwaige Luftbläschen im Quecksilber werden durch Rühren mit einem feinen Draht entfernt. Das im Überschuß als Kuppe aus dem Zylinder herausragende Quecksilber wird durch die obere Glasplatte wie mit einem Deckel auf die Seite gedrückt, so daß eine kreisrunde spiegelnde Abschlußfläche erscheint. Als unvermeidliche Fehlerquellen sind die, beim spiegelnden Hindurchsehen auch direkt wahrnehmbaren, Unvollkommenheiten der inneren Zylinderflächen, die Abrundung der Mündungen, sowie dort stehen gebliebene Grate alle drei dahin wirksam, daß sie den mittleren Querschnitt zu groß erscheinen lassen. Die Zylinderlänge wurde wieder mit dem Abbeschen Dickenmesser bestimmt.

Das Gewicht des Quecksilbers von 17° im weiteren Stahlzylinder war: 7,419 ± 0,001 g. Die Zylinderlänge = 26,405 mm.

Hieraus folgt für den mittleren Durchmesser des *Hohl*zylinders des dickeren Stahlkolbens $2r_2 = 5{,}138$ **mm.**

Für den des dünnen Kolbens aus dem Quecksilbergewicht 4,726 g und der schlecht meßbaren Zylinderlänge von 26,60 mm

folgt ein mittlerer Durchmesser von **4,088 mm.** Die Flächengenauigkeit ist auf $^1/_2$ Promille zu schätzen.

Der Messingzylinder erlaubte natürlich seiner Form und seines Materiales wegen diese Quecksilberkalibrierung nicht.

Theoretische Ableitung des „funktionellen" Druckquerschnittes aus den Querschnitten von Hohl- und Vollzylinder.

Die Kraft, welche der hydrostatische Druck p auf den Querschnitt q des Vollzylinders ausübt, ist nicht die einzige Kraft ($= p \cdot q$), die auf den Kolben wirkt, sie erhält vielmehr einen Zuwachs dadurch, daß das unter dem Druck p zwischen Kolben und Zylinder hindurchgepreßte Öl den Kolben vermöge der Reibung in der Richtung seiner Strömung mitzunehmen sucht. Diesen hydrodynamischen Kraftzuwachs kann man sich nun auch hydrostatisch erreicht denken durch die Kraft, welche der alte Druck p auf eine ringförmig den Vollzylinder verdickende Zusatzfläche ausübt und welche zusammen mit jener Kolbenfläche offenbar gerade jenen scheinbaren „funktionellen" Druckquerschnitt Q vorstellt, den wir suchen.

Hiernach haben wir folgende Gleichung, wenn X die hydrodynamische Kraft, die wir zu bestimmen haben, bedeuten soll:

$$p \cdot Q = p \cdot q + X.$$

In der Fig. 1 sind der Kolben mit dem Radius r_1 und der Hohlzylinder mit r_2 konzentrisch so gezeichnet, daß die Strömung in der Z-Achse erfolgt und zwar nach dem Beschauer hin gerichtet. Ihre Geschwindigkeit w ist von der Entfernung ϱ des betreffenden Flüssigkeitsfadens vom Mittelpunkt abhängig, ferner vom Druckgefälle

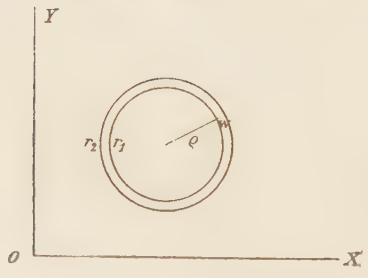

Fig. 1.

$$c = \frac{dp}{dz} = -\frac{p}{l} = \text{const.},$$

worin l die Länge des Fadens oder des Zylinders ist; endlich ist w umgekehrt proportional der inneren Reibung $\varkappa$ der be-

treffenden Flüssigkeit. Zwischen diesen Größen besteht nun folgende Beziehung:[1])

$$\varkappa w = \frac{c}{4}\varrho^2 + A\log\varrho + B, \tag{1}$$

worin A und B zwei von den Grenzbedingungen abhängige Konstanten sind. Sie werden aus dem Umstand gewonnen, daß für $\varrho = r_1$ und $\varrho = r_2$, also für die Nachbarschichten der Flüssigkeit am Metall, die Strömungsgeschwindigkeit w Null wird. Dies liefert

$$0 = \frac{c}{4}r_1^2 + A\log r_1 + B$$

und

$$0 = \frac{c}{4}r_2^2 + A\log r_2 + B,$$

woraus sich ergibt:

$$A = -\frac{c}{4}\left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\right),$$

oder vereinfacht, weil in unserem Fall $r_2 - r_1$, die Dicke der Ölschicht, im Vergleich zu den Kolbendimensionen eine sehr kleine Größe ist:

$$A = -\frac{c}{4}\frac{(r_2 + r_1)(r_2 - r_1)}{\log\left(1 + \frac{r_2 - r_1}{r_1}\right)} = -\frac{c}{4}\cdot r_1(r_1 + r_2).$$

Jetzt können wir die auf die Flächen*einheit* des Kolbens wirkende hydrodynamische Kraft Z berechnen, da diese gleich dem Produkt aus der Größe der Reibung ($\varkappa$) in die Geschwindigkeitsänderung der Strömung für die Oberfläche des Kolbens hervorgeht, d. h.

$$Z = \varkappa\left(\frac{dw}{d\varrho}\right)_{\varrho = r_1} = \left(\frac{d(\varkappa w)}{d\varrho}\right)_{\varrho = r_1}. \tag{2}$$

Dies liefert mit Rücksicht auf (1):

$$Z = \frac{c}{2}\cdot r_1 + \frac{A}{r_1} = -\frac{c}{4}\cdot(r_2 - r_1).$$

Die Kraft X auf die *ganze* Oberfläche des Kolbens wird daher:

$$X = Z\,.\,2r_1\pi\,.\,l = -\frac{\pi c}{2}lr_1(r_2 - r_1),$$

---

1) Vgl. G. Kirchhoff, Mechanik, Kapitel 26. § 2. p. 373. IV. Aufl 1897.

oder einfacher, den Wert von c substituiert:

$$X = \frac{\pi}{2} p \cdot r_1 (r_2 - r_1).$$

Es ist bemerkenswert, daß diese hydrodynamische Kraft unabhängig von der Größe der Reibung ($\varkappa$) sich ergibt, obwohl nur die Reibung sie bedingt. Man hat sich dies so zu deuten, daß die beiden diese Kraft bedingenden Faktoren im entgegengesetzten Sinn von der Größe der Reibung beeinflußt werden, indem ja wachsende Reibung immer kleinere Strömungsgeschwindigkeiten veranlaßt.

Der funktionelle Querschnitt ergibt sich nun sofort:

$$Q = q + \frac{\pi}{2} r_1 (r_2 - r_1),$$

oder auf die Radien umgerechnet (R der funktionelle Radius):

$$R^2 = r_1^2 \left(1 + \frac{r_2 - r_1}{2 r_1}\right),$$

$$R = r_1 \left(1 + \frac{r_2 - r_1}{4 r_1}\right) = r_1 + \left(\frac{r_2 - r_1}{4}\right).$$

Dies Resultat besagt also, daß der scheinbare oder wirksame Druckquerschnitt nicht etwa das arithmetische Mittel zwischen den beiden Querschnitten des Voll- und des Hohlzylinders darstellt, sondern sich enger an den Kolbenquerschnitt anschließt, so zwar, daß *von der ringförmigen Ölschicht noch ein Viertel mitzählt.*

Wir wollen nun aber, ehe wir nach dieser Vorschrift aus den gemessenen Dimensionen die für das Übertragungsverhältnis wichtigen funktionellen Druckflächen ableiten, über den Wert dieser Methode einige kritische Anmerkungen machen.

Ihre Mängel sind kurz dahin charakterisiert: sie ist eine indirekte Methode. Sie setzt vier Querschnittsmessungen voraus, die auf verschiedenen Wegen und mit verschiedenen Apparaten gewonnen werden, so daß man auf die Zuverlässigkeit der absoluten Teilungen vertrauen muß. Die Kolbenmessung liefert nur die linearen Dicken, und diese nur im mittleren Teil, nicht die Flächen, wodurch die prozentischen Meßfehler verdoppelt werden. Die Quecksilberkalibrierung ergibt nur mittlere Querschnittswerte. Auch setzt die theoretische Ableitung geometrisch vollkommene Zylinderformen voraus.

Diese Mängel haben es veranlaßt, eine experimentelle Methode auszuarbeiten, die den funktionellen Druckquerschnitt direkt zu messen erlaubt und demnach von den mancherlei fragwürdigen Voraussetzungen der ersten frei ist.

II. Experimentelle Bestimmung des funktionellen Querschnittes und des Übertragungsverhältnisses.

Wir zeigen zuerst, warum die einfachste und sich unmittelbar darbietende experimentelle Anordnung *nicht* zum Ziele führt. Man könnte auf jeden der Kolben in ihrer definitiven Stellung beim Amagatschen Manometer einen bekannten Quecksilberdruck wirken lassen; im Fall des Gleichgewichtes der (gegenseitigen) Kraftwirkung beider Kolben aufeinander würden diese Quecksilbersäulen in der Tat im umgekehrten Verhältnis der wirksamen Druckflächen stehen und also unmittelbar das Reduktionsverhältnis angeben. Die gebräuchlichen Reduktionsverhältnisse von 60 oder aber meistens mehr würden hierbei aber schon sehr beträchtliche Quecksilberdrucke voraussetzen, also große hydrostatische Höhen, damit der reduzierte Quecksilberdruck noch so groß ausfällt, daß er mit der erforderlichen Genauigkeit gemessen werden kann. Für die uns günstigsten Verhältnisse in dieser Beziehung — 6 m maximale hydrostatische Höhe und 60 das kleinste Übersetzungsverhältnis — würde die reduzierte Quecksilbersäule nur 10 cm hoch werden können, diese auf 1 Promille zu verbürgen, dürfte unausführbar sein.

Indessen gelingt eine gerade Umkehrung dieser Experimentalanordnung. Statt ein *Kraft*gleichgewicht der aufeinander gepreßten Kolben durch die zwei zu messenden Drucke herzustellen, die dann im gesuchten Verhältnis stehen, stellen wir ein *Druck*gleichgewicht her, das ausgeht von zwei zu messenden Kräften, die je einen der Kolben belasten, und zwar diesmal im gleichen Verhältnis wie die belasteten Kolbenflächen stehen. Als zweckmäßigstes Kraftmaß werden naturgemäß Gewichte gelten. Da freilich auch dieses Prinzip, welches direkt die Übertragungszahl in Gewichtsverhältnissen liefert, auf unsere vorliegenden Zylinder sich nicht leicht anwenden ließ, wurde schließlich folgender Weg — ein genauer Kompromiß der

beiden genannten Methoden — eingeschlagen. Man läßt einen bekannten und genügend genau meßbaren Quecksilberdruck p auf den zu bestimmenden Kolben wirken und mißt die Kraft K in Gewichten, welche die Druckkraft äquilibriert. Hierdurch wird der *funktionelle* Querschnitt Q des betreffenden Kolbenzylindersystems in absolutem Maße gefunden nach der einfachen Beziehung:

$$Q = \frac{K}{p}.$$

Dies ist nun für beide Kolben *einzeln* zu erfüllen; der Quotient der ermittelten Druckflächen liefert dann das Übertragungsverhältnis. Soweit das *Prinzip der Messung*. Die *Technik und die Einzelheiten* bei der praktischen Ausführung gestalteten sich für die Stahlkolben folgendermaßen. Der Hohlzylinder H wurde mit Siegellack in ein Glasrohr eingekittet, das sich nach unten verjüngte, umbog und in das Druckrohr b, vgl. Fig. 2, fortsetzte. Rizinusöl füllte den ganzen Raum um und unter dem Kolben c und vermittelte den Quecksilberdruck $a\,b$. Der Apparat wurde so justiert, daß die Zylinderachse möglichst vertikal stand. Das Gewicht K wurde entweder auf eine Korkscheibe, in der der Kolben feststak, möglichst zentriert gesetzt oder mittels eines Gehänges übertragen, das in einer feinen Stahlspitze auf der Mitte der oberen Kolbenfläche ruhte. Eine gute Spiegelglasskala an einem Luftthermometergestell konnte genau vertikal gerichtet werden, und es wurde zur Vermeidung von Parallaxe aus 3 m Entfernung mit einem, immer in gleiches Niveau gebrachten, Fernrohr mit horizontalem Faden der Quecksilbermeniskus abgelesen. Bei jeder Messung

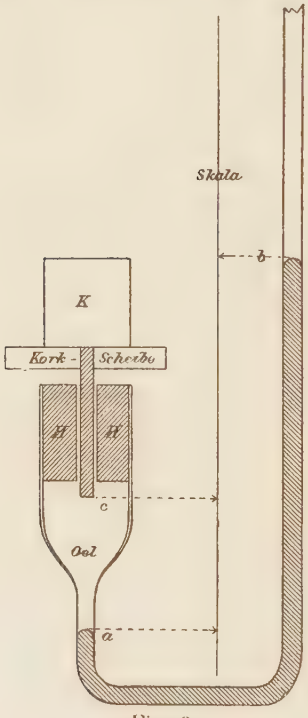

Fig. 2.

werden drei Punkte der Skala notiert, die beiden Quecksilbermenisci a, b und das Kolbenende c; ferner das Gewicht K und die Temperatur t des Quecksilbers.

Die feinere Äquilibrierung des Kolbens war die diffizilste Aufgabe, von ihr hängt die Genauigkeit wesentlich ab und der Wert der ganzen Methode. Offenbar herrscht cet. par. nur für eine einzige Kolbenstellung c streng Gleichgewicht. Exzentrizitäten der Belastung, geringe Vertikalisierungsfehler der Achsen und die davon herrührenden Seitendrucke der Kolben auf die Zylinderwände, die große Zähigkeit des Öls lassen aber den sich einstellenden Kolben innerhalb einer gewissen *Indifferenzbreite* schon zur Ruhe kommen. Durch behutsames Rotieren des Kolbens mit dem die Korkscheibe streifenden Finger, das eine gewisse feinfühlige Geschicklichkeit der Hand erfordert, konnte diese Indifferenzbreite fast unmerklich klein gemacht werden. Die Einstellungsbewegungen des Kolbens wurden hierbei in einem ca. 4 mal vergrößernden Mikroskop mit Faden beobachtet.

Beim eigentlichen Versuch beobachtet man immer zwei Gleichgewichtszustände nacheinander: einen bei hoher Belastung und entsprechend großer Druckhöhe, und darauf einen anderen bei möglichst kleiner Belastung. Dann werden schließlich nur die Differenzen der Belastungen und der Drucke zur Berechnung von Q herangezogen. Bedeutet nämlich $H = b - a$ die Quecksilbersäule vom spezifischen Gewicht s; $h = c - a$ jene des Öls von der Dichte σ; K das Gewicht, das zur Belastung des Kolbens dient, der selbst das Gewicht G haben möge; und zwar die ungestrichenen Buchstaben das Gleiche bei kleiner Belastung, die gestrichenen bei großer, so gilt offenbar für das hydrostatische Gleichgewicht:

$$Hs = h\sigma + \frac{G + K}{Q}$$

und ebenso:

$$H's = h'\sigma + \frac{G + K'}{Q},$$

woraus folgt:

$$(H' - H)s = (h' - h)\sigma + \frac{K' - K}{Q}$$

und

$$Q = \frac{K' - K}{(H' - H)s - (h' - h)\sigma} = \frac{\text{Differenz der Belastungen}}{\text{Differenz d. wirksamen hydrost. Drucke}}.$$

Nach dieser Gleichung sind folgende Versuche berechnet.

Tabelle I.

Der dickere Stahlkolben.

Nr.	Belastung K g	Quecksilbermeniskus unterer a cm	Quecksilbermeniskus oberer b cm	Kolbenende c cm	Temp. t ° C.	Funktioneller Querschnitt Q qmm	Funktioneller Durchmesser $2R$ mm
I	0	4,67	9,90	11,28	20,5	—	—
II	10	1,09	10,15	10,98	20,2	—	—
III	100	4,62	45,62	11,17	22,0	20,645	5,1270
IV	220,94	1,23	85,63	11,09	21,0	20,666	5,1299
V	217,35	1,98	84,99	11,01	15,0	20,657	5,1284
VI	209,94	3,52	83,90	12,26	18,5	20,659	5,1287
VII	389,29	2,97	147,57	11,50	20,2	20,641	5,1265
VIII	389,29	2,94	147,54	11,25	21,0	20,641	5,1265
IX	389,29	2,97	147,56	11,00	22,7	20,644	5,1269
X	389,29	3,00	147,54	10,82	22,5	20,649	5,1276
XI	382,36	4,43	146,54	11,34	24,8	20,642	5,1268

$b - a = H$; $c - a = h$; $\sigma = 0{,}96$.

Die Beobachtungen unter b und a sind Mittelwerte aus zwei und mehreren Einstellungen. I und II sind kombiniert zu einem einzigen Werte bei niederer Belastung. Der Luftauftrieb der Gewichte und die Abnahme des Luftdruckes auf dem freien Ende der Quecksilbersäule in b wirken einander entgegen und bringen höchstens eine Korrektion von — 0,1 Promille mit sich, welche füglich fortgelassen wurde.

Die relativ größere Abweichung von Q zwischen den beiden Belastungsgruppen VII bis XI und IV bis VI, die untereinander so vorzüglich übereinstimmen, dürfte erklärt sein dadurch, daß Q selbst keine Konstante ist, sondern mit der Stellung des Kolbens im Zylinder wegen nicht erfüllter idealer Zylinderform variiert. Da beim wirklichen Gebrauch im Amagatschen Manometer die letztere Stellung der Gruppen VII bis XI zur Geltung kam, so wählen wir als Wert für den dickeren Stahlkolben:

$$Q = 20{,}645 \text{ qmm},$$
$$2R = 5{,}127 \text{ mm},$$

die wir auf $^1/_2$ bis $^1/_4$ Promille verbürgt hatten.

Der dünne Stahlkolben wurde nur provisorisch auf die gleiche Weise untersucht, da er nach einer relativen, zu beschreibenden Methode mit dem soeben erhaltenen Wert des größeren Kolbens verglichen werden konnte.

Diese direkte *Vergleichung* nahmen wir nach dem p. 17 erwähnten *Prinzip einer hydrostatischen Druckwage* vor. Ein U-förmiges Glasrohr faßt an den Enden seiner parallelen Schenkel a und b (Fig. 3) die beiden eingekitteten Stahlzylinder c und c', deren Achsen möglichst parallel gerichtet werden. Die Röhre wird unter Vermeidung von Luftblasen ganz mit Öl gefüllt, auf dem die beiden Stahlkolben gleichsam schwimmen. Quecksilber kommt also gar nicht in Anwendung. Die Kolben werden vertikal gerichtet und durch Gewichte P und P_1 äquilibriert. Geschieht dies wieder parweise mit hoher (gestrichene) und niederer Belastung (ungestrichene Buchstaben), so gilt einfach:

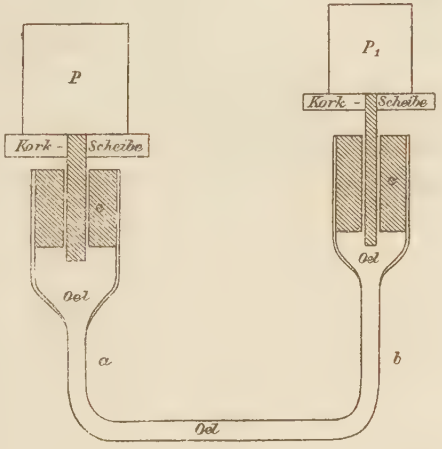

Fig. 3.

$$n = \frac{Q}{Q_1} = \frac{P' - P}{P_1' - P_1}.$$

Bei einer Messung werden hier nur noch Gewichte notiert, keine Längen und Temperaturen. Natürlich ist zu beachten, daß bei beiden Belastungen die Kolben ihre Niveaustellung beibehalten. Deshalb empfiehlt es sich, die hohe Belastung zuerst vorzunehmen, da der während ihr stattfindende Ölausfluß Niveauänderungen der beiden Kolben gegeneinander zur Folge hat. Einige Geduld und nicht geringe Sorgfalt erfordert die feinere Äquilibrierung, da beide Kolben *gleichzeitig* durch Rotieren und Inbewegunghalten in den empfindlichen Gang zu bringen sind. Es ist nützlich zur feineren Einstellung des Gleichgewichtes einen markanten Punkt des dünneren Kolben

mit einem Mikroskop zu beobachten, weil dieser auf eine kleine Belastungsänderung mit größerer Bewegung reagiert. Das geringe Belastungsintervall, auf das das System nicht reagiert, die Indifferenzbreite also, betrug 0,4 g auf 500 g Belastung. Unter zwanzig Werten für n waren die extremsten 1,584 und 1,581. Der Wert 1,582[1]) liefert für den *dünnen Stahlkolben:*

$$Q_1 = 13{,}05 \text{ qmm},$$
$$2R_1 = 4{,}076 \text{ mm}.$$

Mit Hilfe der hier verwandten hydrostatischen Wage konnte jene zwar theoretisch schon negativ entschiedene Frage nach dem Einfluß verschieden zähen Öls auf den funktionellen Querschnitt auch noch experimentell im gleichen Sinne beantwortet werden: es zeigte sich in der Tat, daß keine bemerkbare Änderung der Belastungen nötig war, wenn von den beiden Schenkeln des U-Rohres gleichzeitig der eine Rizinus-, der andere das viel leichtflüssigere Knochenöl enthielt.

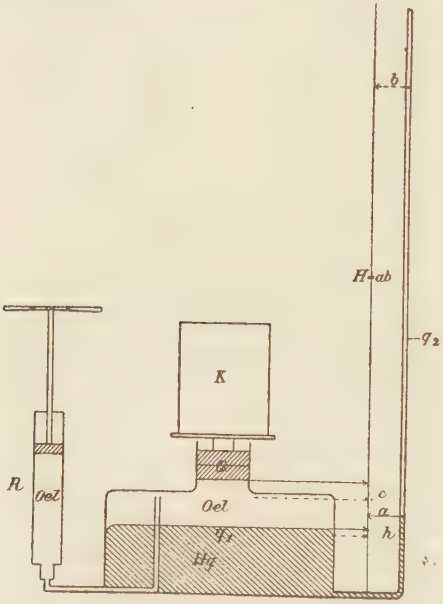

Fig. 4.

Es bleibt jetzt noch der große *Bronzekolben* zu messen. Um hier genügend genau meßbare Quecksilberhöhen zu erhalten, mußten dem großen Querschnitt entsprechend große Gewichte angewandt werden: bis zu 15 kg bei 87 cm Höhe Quecksilber. Wegen der Unsicherheit der benutzten Eisengewichte wurde es nicht unterlassen, ihren Nennwert zu kontrollieren und die gefundenen

1) Aus Messungen eines und desselben Druckes (kontrolliert nach dem Magdeb. Manom.) unter Vertauschung der beiden Stahlkolben am Amagatmanometer folgt sehr scharf: 1,5824.

beträchtlichen Korrektionen anzubringen. Der Belastungsversuch läßt sich beim Bronzekolben unmittelbar am richtig aufgestellten Amagatmanometer vornehmen. Hier ist das untere Quecksilberniveau q_1 nicht sichtbar, darum muß seine Depression, die durch die Belastung des Kolbens Q eintritt, rechnerisch aus den bekannten Querschnitten q_1 und q_2 abgeleitet werden (vgl. Fig. 4). Steigt bei einer Belastungsänderung von K g auf K' g das Quecksilber um H cm, so sinkt der Kolben um c cm, das große Quecksilberniveau unten um h cm; bedeutet s wieder das spezifische Gewicht des Quecksilbers, σ das des Rizinusöls, und Q den gesuchten Kolbenquerschnitt, so hat man folgende Gleichgewichtsbedingung:

$$\frac{K' - K}{Q} = (H + h) \,.\, s + (c - h) \,.\, \sigma \,,$$

oder wegen der Volumengleichheit $Q \,.\, c = q_1 \,.\, h = q_2 \,.\, H$:

$$Q = \frac{K' - K}{H \,.\, \left[s \left(1 + \frac{q_2}{q_1} \right) + \sigma \left(\frac{q_2}{Q} - \frac{q_2}{q_1} \right) \right]} \,.$$ [1])

Die Messung der Querschnitte ergab:

$q_1 = 77{,}45$ qcm und $q_2 = 0{,}241$ qcm.

Q (vorläufig und angenähert) $= 12{,}67$ qcm.

Bei der Messung des funktionellen Querschnittes des großen Bronzekolbens ergab sich ein etwas veränderter Einstellungsmodus der feineren Äquilibrierung gegenüber dem der Stahlkolben. Da der Kolbenquerschnitt Q ca. 50 mal den des Steigrohres q_2 übertrifft, so wird offenbar die geringe Schwankung des Kolbens um seine Gleichgewichtslage in einer 50fach größeren Schwankung des oberen Quecksilberniveaus b sich ausdrücken. Statt also die Bewegung des Kolbens, wie früher, zu beobachten, wird man diese vom Apparat selbst gelieferte mikroskopische Vorrichtung als Kriterium eines reibungslosen empfindlichen Ganges des Kolbens benutzen: ein ziemlich schnell gedämpftes oszillatorisches Einspielen des oberen Quecksilberniveaus in seine Gleichgewichtslage muß einer richtigen Gleichgewichtseinstellung vorausgehen. Es ist durchaus nicht leicht, eine solche zu

1) Dies ist eigentlich eine quadratische Gleichung für Q. Einfacher aber als deren Auflösung ist es, wegen der Kleinheit von q_2 / Q mit dem *angenähert* bekannten Q das *wirkliche* Q zu berechnen.

erhalten. Gut zentrierte Belastung und vor allem ein sachtes Rotieren des großen Gewichtes K (das den Kolben mitnimmt) mit streifenden Handflächen sind Bedingungen hierzu. Auf diese Feinheiten ist mit Nachdruck hinzuweisen gewesen, weil ohne deren sorgfältige Beachtung Einstellungsfehler des Quecksilberniveaus b bis zu Zentimetern vorkommen können, während sonst die Übereinstimmung auf wenige Zehntel Millimeter geht.

Die Einstellung muß sofort abgelesen werden, da durch den Ölausfluß zwischen Kolben und Zylinder unter Belastung das Quecksilberniveau sinkt.

In der Tabelle auf p. 25 sind unter A. und B. zwei vollständige Beobachtungsreihen mitgeteilt. Die zu den einzelnen Belastungen abgelesenen Quecksilberstände sind in den Vertikalreihen enthalten.

Der Versuch C. stellt eine *Modifikation* der letzten Versuche dar, durch die eine konstante Stellung — und zwar die bei dem wirklichen Gebrauch in Frage kommende — des Kolbens im Zylinder während der Druckänderungen erreicht wird. Dies ist wegen einer möglichen Verschiedenheit der funktionellen Querschnitte je nach der Kolbenstellung von Wichtigkeit.

Die beim Belasten eintretende Senkung c des Kolbens wird vermieden dadurch, daß das in das Steigrohr gepreßte Quecksilber mittels der seitlich kommunizierenden Regulierpumpe R (vgl. Fig. 4) seinem Volumen nach durch Rizinusöl ersetzt wird. Mit dem Finger kann leicht und sehr scharf eine konstante Niveauhöhe erkannt werden an der Übereinstimmung der oberen Kolbenfläche mit einer festen Zylinderfläche, die nach unten das zur Kolbenrotation ausgesparte Fensterchen in der Zylinderwand begrenzt. Die frühere Formel zur Berechnung von Q geht dann in folgende einfachere über, indem die Senkung c des Kolbens gleich Null wird:

$$Q = \frac{K' - K}{\Pi \left[s + (s - \sigma) \frac{q_2}{q_1} \right]}.$$

Als endgültigen Wert haben wir offenbar den aus C sich ergebenden zu wählen.

Bronzekolben.

Versuch A. Temp. 13,4°		Versuch B. Temp. 12,5°		Versuch C. Temp. 17° Mit konstantem Kolbenniveau	
Belastung K g	Oberes Hg-Niveau b cm	Belastung K g	Oberes Hg-Niveau b cm	Belastung K g	Oberes Hg-Niveau b cm
			3,82		1,57
	2,35		3,82		1,56
	2,34		3,82		1,57
200	2,39	0	3,82	1000	1,575
	2,35		3,82		1,58
	2,35		3,82		1,58
			3,82		1,58
	30,13		32,81		24,77
	30,17		32,81		24,77
5000	30,16	5000	32,82	5000	24,78
	30,13		32,81		24,78
	30,15		32,81		24,78
					24,78
			61,78		53,78
	59,17		61,78		53,80
	59,14		61,78		53,78
10003	59,12	10003	61,78	10003	53,79
	59,11		61,79		53,79
	59,15		61,80		53,78
			61,78		53,78
					53,78
	88,09				
	88,08				
	88,04		90,71		
	88,05		90,75		
15003	88,08	15003	90,72	—	—
	88,05		90,72		
	88,09		90,72		
	88,06				
Q =	12,679 qcm	=	12,673 qcm	=	**12,686 qcm**
$2R$ =	40,180 mm	=	40,170 mm	=	**40,189 mm**
berechnet nach kl. Quadr.					

Grenze der Leistungsfähigkeit der Gewichtsmethode; die Fehlerquellen.

Keine nennenswerten oder mit hinlänglicher Genauigkeit festzustellenden Fehler bedingen die in der Richtigkeit der Gewichte oder in der Skalenablesung liegenden Fehler.

Die drei wesentlichen Fehlerquellen sind folgende:

Erstens die durch die Reibung hervorgerufene Unempfindlichkeit der Kolben gegen kleine Kraftänderungen.

Zweitens die mangelhafte Vertikalisierung der Kolben, wodurch eine Komponente des Gewichtes verloren geht.

Drittens ein noch zu besprechender und unaufgeklärter Effekt, der ein vorübergehendes Einsinken des Kolbens veranlaßt, sobald dieser von der geringfügigen, zur Vermeidung der Reibung bewerkstelligten Rotation mit dem Finger frei gelassen wird.

Nach den über die Indifferenzbreite mitgeteilten Zahlen ist der erste Fehlereinfluß bis auf $^1/_3$ bis $^1/_4$ Promille herabzudrücken.

Eine Abweichung der Kolbenachse von der Vertikalen um nur $1^0 30'$ bedingt schon den gleichen Fehler. Es läßt sich indessen dieser infolge mangelnden Augenmaßes leicht größere Fehler offenbar auf den kleineren der Reibung herabmindern, wenn man anstatt des Augenmaßes eben die feine Äquilibrierung selbst als Kriterium für die erreichte Vertikalisierung benutzt. Jene Justierung ist nämlich augenscheinlich die vertikalste, wenn cet. par. die Quecksilberhöhe ein Maximum wird: dies wird aber beurteilt mit dem nur der Reibung zukommenden Fehler von $^1/_3$ bis $^1/_4$ Promille.

Es bleibt der dritte Fehlereinfluß des eigentümlichen *Sinkeffektes.*

Die Erscheinung trat in der Anordnung Fig. 3 bei nahezu erreichtem Gleichgewicht und bei kleiner Belastung auf, als nur einer der beiden Kolben — der dickere — rotiert wurde. (Der dünnere war an sich empfindlich.) Sobald man mit Rotieren aufhört, sinkt er zuerst relativ rasch, als ob er zu stark belastet wäre, kommt dann zur Ruhe und steigt, *seine Bewegung umkehrend*, langsam wieder, bis eingetretene Reibung ihn unbeweglich macht. So zeigt seine Bewegung anfangs zu große, später zu geringe Belastung an: welche hat nun Recht, d. h.

ist das wahre Kriterium des reinen hydrostatischen Gleichgewichtes? Wir entscheiden uns wohl mit Recht für die zweite Phase der Bewegung, indem wir annehmen, daß durch die — übrigens sehr langsame — Rotation des Kolbens in der zähen Flüssigkeit irgend welche Spannungen erzeugt werden, die sehr langsam abklingen und eine Kraft nach unten, d. h. nach dem ins Öl eintauchenden Kolbenende zu ergeben; nach ihrem Verschwinden kommen dann die reinen hydrostatischen Kräfte allein zur Geltung. Welcher Art diese in der zähen Flüssigkeit geweckten Kräfte sind, konnte ich nicht ermitteln: ob thermisch, kapillar oder hydrodynamisch bedingt. Jedenfalls traten sie bei jeder Rotationsrichtung auf und um so stärker, je kräftiger vorher rotiert wurde.

Daß übrigens Spannungszustände im Öl — und zwar in der dünnen Ölschicht wahrscheinlich zwischen Kolben und Zylinder — mit großer Relaxationszeit auftreten, beweist die zur gleichen Zeit am gleichen Kolben gemachte Beobachtung einer durch die Rotation geweckten rückdrehenden Kraft, die sich auch sofort aktiv äußert, indem sie den Kolben mit rasch sinkender Intensität zurückrotiert, sobald man ihn mit der Hand frei läßt. Mit einem auf den Kork gestellten kleinen Spiegel ist das leicht zu demonstrieren.

Hierdurch scheint von neuem gezeigt zu sein, daß in diesen zähen Flüssigkeiten Widerstandskräfte gegen Scherung (elastischer Art) auftreten können, d. h. daß sie Gestaltselastizität besitzen.[1]) Es ist zu vermuten, daß diese Erscheinungen auch den Sinkeffekt irgendwie verursachen. Die Größe der störenden Kraft, die diesen hervorbringt, und zwar nach möglichst starker Rotation, konnte durch das Gewicht gemessen werden, welches ihn gerade nicht aufkommen läßt: es betrug hier ca. 0,6 g.

Zur Vermeidung oder doch Herabminderung dieses Fehlereinflußes kommt uns die angewendete Differenzenmethode gut zu statten. Zweckmäßigerweise wird man möglichst geringe Rotationsbewegungen machen und die Richtung oft wechseln, also mehr oszillatorische Kolbenbewegungen verwenden, wie auch bei Amagat geschieht.

1) Vgl. die Versuche von Schwedoff, Rapports prés. au congr. int. à Paris 1. p. 478. 1900.

Nach dem Gesagten — und auch durch die gute Übereinstimmung der Versuche berechtigt — werden wir wohl den größten möglichen Fehler aus dieser Quelle mit 0,2 g auf 500 g Totalbelastung, d. h. mit $^1/_2$—$^1/_3$ Promille nicht zu gering eingeschätzt haben.

Im ungünstigsten Fall summieren sich dieser Fehler und der aus der Reibung stammende zu ungefähr 0,8 Promille.

Die angewandte Gewichtsmethode gestattet also die direkte Messung der funktionellen Querschnitte auf mindestens 1 Promille genau; dieselbe Schärfe gilt dann auch für die Genauigkeit des Übertragungsverhältnisses.

In folgender Tabelle ist eine *Zusammenstellung* der mit der Gewichtsmethode und *der* auf dem Wege der direkten Dimensionsmessung *gewonnenen Resultate* gegeben.

	Großer Stahlkolben	Kleiner Stahlkolben	Messingkolben
Durchmesser des Hohlzylinders $= d_2$	5,138 mm	4,088 mm	—
Durchmesser des Vollzylinders $= d_1$	5,128 „	4,076 „	40,176 mm
Funktioneller Durchmesser ber. $= D = d_1 + \frac{d_2 - d_1}{4}$	5,130 „	4,079 „	—
Funktioneller Durchmesser, experimentell bestimmt	5,127 „	4,076 „	40,189 „

Ein Vergleich der berechneten und experimentell bestimmten funktionellen Durchmesser mit Rücksicht auf den früher besprochenen Grad der Zuverlässigkeit der geometrischen Abmessungen, sowie der Zulässigkeit mancher Annahmen der Theorie scheint jenen von der Theorie geforderten Sachverhalt zu bestätigen, daß der funktionelle Querschnitt sich viel enger an den kleineren des Vollzylinders anschließt und nicht das arithmetische Mittel etwa dieses und des Querschnittes des Hohlzylinders darstellt.

Nach dem, was wir über die erste Methode gesagt haben, verdient die zweite experimentelle jedenfalls den Vorzug. Wir

verwenden deshalb nur die mit ihr gefundenen Werte und erhalten also die beiden Übersetzungsverhältnisse:

Für den großen Stahl- und Messingkolben: $n_1 = 61{,}45 \pm 0{,}03$.
„ „ kleinen „ „ „ : $n_2 = 97{,}22 \pm 0{,}05$.

Frage nach der Konstanz dieser Verhältnisse.

Es ist leicht zu übersehen, daß Temperatur und Druck diese Konstanz nicht merklich beeinträchtigen können.

Die Temperatur kann das Querschnittsverhältnis der beiden Kolben nur dann beeinflussen, wenn zwischen ihnen Temperaturdifferenzen herrschen und dann nur nach Maßgabe des Unterschiedes der Wärmeausdehnungskoeffizienten von Bronze und Stahl. 10^0 Temperaturdifferenz bedingt eine Änderung von n um nur $^1/_{10}$ Promille.

Ebenso praktisch unwirksam bleibt der Einfluß selbst der höchsten Drucke auf die funktionellen Querschnitte der — ja allein hierbei zu berücksichtigenden — Stahlkolben, wenn auch die vom Druck am meisten betroffenen oberen Teile der Kolben und Zylinder eine relativ beträchtlichere Dimensionsänderung — freilich nach entgegengesetzten Seiten — erfahren, indem die Kolben verjüngt, die Zylinder erweitert werden.

Da die oben gefundenen Übertragungszahlen nicht direkte experimentelle Daten sind, sondern aus je zwei gesonderten Messungen hervorgehen, so muß noch gefragt werden, ob bei der wirklichen Gebrauchsanordnung — Aufeinanderpressung der beiden Kolben — dies *System* der Kolben mit obigem Transformationsverhältnis auch tatsächlich wirksam ist oder ob nicht der, wenn auch kleine, aber immer anzunehmende Winkel zwischen den beiden Zylinderachsen (oder auch zwischen den Kraftrichtungen beider Kolben gegeneinander) eine ähnliche Modifikation hereinbringt, wie wir ihr bei der Gewichtsmethode zur Querschnittsmessung und auch bei der Stückrathschen Druckwage begegnet sind. Jedenfalls wird von der Kraft, die der Stahlkolben z. B. auf den Bronzekolben ausübt, auch hier nur eine Komponente übertragen, während die andere Komponente auf die Zylinderwände des Bronzekolbens entfällt. Dies gleiche gilt nun aber auch umgekehrt für die Kraftwirkung des Bronzekolbens auf den Stahlkolben, und

zwar wird aus Symmetriegründen für *beide* eine Kraftverminderung von der gleichen Größe gelten.

In dem Vermeiden dieser Fehlerquelle scheint ein neuer Vorzug des Amagatschen Manometers vor den Gewichtsmanometern zu liegen. Doch möchte eine gründlichere Untersuchung dieses Umstandes, die durch rein statisch-mechanische Betrachtungen nicht erledigt werden kann, einige Modifikationen unserer Meinung bedingen können.

III. Das Amagatmanometer; Gebrauchsanweisung, Vorsichtsmaßregeln.

Das Instrument des hiesigen Physikalischen Institutes — gefertigt von Gindre Frères et Co., Lyon — war in einem ca. 7 m hohen geräumigen Zimmer aufgestellt, das sich durch konstante Temperatur auszeichnete. 6 m Quecksilberhöhe war disponibel; diese würde mit dem größeren Übertragungsverhältnis 100 demnach bis zu 800 Atm. zu messen gestatten. Wir benutzten immer das kleinere Übertragungsverhältnis 60 und den maximalen Druck von 300 Atm., der also eine Quecksilberhöhe von noch nicht 4 m zu messen verlangte. Dies geschah von einer Leiter aus an einem in Millimeter geteilten Stahlbandmaß, welches mit seiner am unteren Ende angebrachten Schlinge an dem Abschlußhahn des Quecksilbersteigrohres hing, oben über zwei in der Decke befestigte Rollen lief und durch die eigene Schwere sich straff spannte. Seine Vertikalisierung war, wie durch ein benachbartes Senkel kontrolliert wurde, eine vollkommene. Das Quecksilbersteigrohr bildeten vier durch Stahlfassungen zusammengeschraubte Glasröhren, welche nach oben eine über die erwähnten Rollen gezogene und genügend belastete Schnur festhielt. Bandmaß und Steigrohr waren sich so nahe, daß der Beobachter auf der Leiter den Stand des Quecksilbers auf $^1/_2$ mm genau ablesen konnte, eine Genauigkeit, die im Vergleich zu anderen unten besprochenen Fehlerquellen genügte. Der Druck wurde durch eine Cailletetsche Pumpe erzeugt; zwischen ihr und dem Amagatmanometer waren in die druckvermittelnden Kupferkapillaren erstens das zu prüfende Federmanometer, zweitens die große Stahlbombe mit einem unter Quecksilberabschluß

stehenden Luftvolumen — als Polster gegen rasche Druckänderungen — und drittens ein Ducretetscher Abschlußhahn eingeschaltet, der das Amagatmanometer vom Druck zu entlasten erlaubte trotz Dauerdruck im Federmanometer.

Um einen Überblick über die Art der Druckmessung zu geben, wie sie in allen späteren Versuchen geübt wurde, teilen wir den *Gang einer Druckeinstellung* mit, welche zugleich Gelegenheit gibt, die Empfindlichkeit des Amagatmanometers zu zeigen.

Auf Druckerhöhung mit der Cailletetschen Pumpe bewegen sich gleichzeitig der Zeiger des Federmanometers und die Quecksilbersäule aufwärts; während dessen hat die Ölregulierpumpe das ausgepreßte Quecksilbervolumen zu ersetzen. Zur feineren Zeigereinstellung auf den gewünschten Skalenteil verwendet man die Regulierschraube an der Cailletetschen Pumpe, und zwar ist hierbei darauf zu achten, daß bei dem gleichzeitigen Entgegenarbeiten dieser Regulierschraube und der Ölersatzpumpe die Druckänderung immer im gleichen Sinne verläuft (zur Verhütung größerer elastischer Nachwirkungen der Bourdonröhre). Unter leichtem Klopfen des Deckglases des Federmanometers wird jetzt genau der betreffende Skalenteil pointiert und *während* der behutsamen Pendelbewegung beider Kolben, für deren genau richtige[1]) Stellung in ihren Zylindern vorher durch die Ölersatzpumpe zu sorgen war, auf Zuruf der Quecksilberstand abgelesen. Zwei Beobachter sind also jedenfalls erforderlich. Für jeden Skalenteil des Federmanometers wurden immer 3—5 solcher Einstellungen vorgenommen. Zu diesem Zweck dürfen mit der feinen Regulierschraube an der Druckpumpe nur so kleine Druckänderungen — $\pm 0{,}5$ Atm. ca. — in der Nähe des betreffenden Skalenteiles hervorgebracht werden, daß man voraussetzen kann, daß die elastische Nachwirkung unmerklich bleibt, daß man also zu den wiederholten Pointierungen, d. i. zu gleichen Deformationen auch den nämlichen Druck hat. Die hohe Empfindlichkeit des Amagatmanometers zeigt sich nun nicht nur darin, daß es diese geringen Druckschwankungen selbst fast synchron mit Hg-Niveauschwankungen beantwortet — natürlich bei

1) Vgl. das Kriterium dafür p. 24.

leichtem Kolbenrotieren —, sondern vor allem in der so vollkommenen Übereinstimmung mehrerer Hg-Einstellungen, daß die noch übrig bleibenden Differenzen gänzlich auf Rechnung der Einstellungsfehler des Zeigers und der Ablesefehler am Bandmaß zu setzen sind. Bei diesen Einstellungen ist aber Voraussetzung, daß die letzte der erwähnten kleinen Schwankungen, die schließlich zur wirklichen Pointierung führt, immer bei steigender Hg-Säule geschieht und zwar auch, wenn im *ganzen* bei fallendem Druck beobachtet wird. Der Zweck dieser einseitigen Art der Einstellung ist, bei dem leicht verunreinigten Quecksilber möglichst gleiche Menisci zu bekommen, da das Klopfen oft nichts fruchtet. Zum quantitativen Beleg der oben behaupteten Empfindlichkeit diene folgendes. Die Differenzen der Quecksilberstände zu gleicher Zeigereinstellung[1]) betrugen fast nie mehr als $^1/_2$ mm. Sehr viel weiter ging nun schon die Ablesbarkeit des Bandmaßes nicht: läßt man aber einen Fehler in der Pointierung der Zeigerspitze auf die Mitte eines Skalenteiles von nur 0,1 mm zu — das ist dem Augenmaß gern zuzugestehen —, so bedeutet dieser schon $\frac{1}{20}$ Atm. oder $\frac{760}{60} \cdot \frac{1}{20}$ = gerade ca. $^1/_2$ mm Differenz im Hg-Stand. (Das Übersetzungsverhältnis 60 wurde immer benutzt.) Für die Kolbenreibung und für Übertragungsmängel in der Mechanik des Federmanometers bleiben danach gar keine Beträge anzunehmen: beide Manometer, das Amagatsche und das Magdeburger Federmanometer erwiesen sich objektiv als vollkommen, die gefundenen Differenzen ihrer Angaben (natürlich nur nach der qualitativen Seite hin) kommen lediglich dem Beobachter zu. Das große Magdeburger Instrument, dessen individuell geteilte Skala 22 cm im Durchmesser hat, zeichnet sich in der Tat durch seinen ruhigen, völlig schlotterfreien Zeigergang sehr vorteilhaft vor dem kleineren Genfer Bourdon-Manometer aus. Die Feinheit der Zeigerspitze und ihre geringe Entfernung vor der Skalenfläche ermöglicht eine so gut wie parallaxenfreie Pointierung der Teilstriche. Diese chreiten von 5 zu 5 kg qcm fort; wir benutzten bei allen Einstellungen die Hauptskalenteile von 30 zu 30 kg qcm, so daß in allen späteren Versuchen die Zeigerstellungen konstant

1) Als Manometer diente hier das Magdeburger Instrument.

gehalten wurden und also nicht – wie sonst wohl üblich und dem Kausalbedürfnis näherliegend — die Drucke, d. h. die primären Kraftursachen, sondern die Deformationen als die unabhängigen Variablen erscheinen.

Obwohl die Übereinstimmung der Quecksilberhöhen auf $^1/_2$ mm für wiederholte Zeigereinstellungen, und zwar für den ganzen Druckbereich, schon genügend Beweis für die minimale *Indifferenzbreite* des Amagatmanometers ist, so wurde doch noch durch einen besonderen Versuch diese quantitativ zu ermitteln gesucht. Indes waren die Differenzen zwischen den Druckeinstellungen bei steigendem Druck (wie bisher und immer geübt) und bei fallendem zwischen 1 und Null mm schwankend, so daß sie wohl völlig auf die sichtbaren Meniskusänderungen bei fallendem Druck zu schieben sind und eine Indifferenzbreite von vielleicht höchstens 0,2 mm Hg anzunehmen ist. Dies bedeutet in unserem Fall, daß schon eine Kraft von 3,5 g das Kolbensystem in seinen zähen Flüssigkeiten Sirup und Rizinusöl in Bewegung setzen kann.

Der *Genauigkeitsgrad einer Druckmessung mit dem Amagatmanometer* nach dem beschriebenen Modus und für die speziellen vorliegenden Verhältnisse, Übersetzungszahl ca. 60 und Druckbereich bis 300 Atm., ergibt sich nach dem vorstehenden also:

erstens gleich $\pm$ 0,5 Promille für *absolute* Druckwerte; dies ist die obere Fehlergrenze in der Bestimmung der funktionellen Querschnitte;

zweitens gleich $\pm$ 0,025 Atm. für den ganzen Druckbereich, wenn es sich um *relative* Druckwerte handelt. Diese relative Genauigkeit (Empfindlichkeit) steigt demnach mit wachsenden Drucken und erreicht für 300 Atm. die sechsfache Größe der absoluten.

Eine Steigerung der Genauigkeit in der Querschnittsmessung würde also die Leistungsfähigkeit des Normalmanometers noch wesentlich erhöhen. Von unserer Gewichtsmethode kann eine erhebliche Verschärfung ihrer Resultate nicht erwartet werden, dagegen würde durch Vergleichung der Angaben des Amagatmanometers mit direkt an einigen hundert Meter hohen Quecksilbersäulen geeichten Gasmanometern — selbst durch Vermittelung guter Federmanometer — dies Ziel zu erreichen sein.

Zur Erreichung der großen relativen Genauigkeit, die besonders für die höchsten Drucke zur Geltung kommt, betonen wir noch einmal die Wichtigkeit einer scharf konstanten Stellung der Kolben in ihren Zylindern für alle Druckeinstellungen. Verfehlungen hiergegen fallen zwar durch die Verschiebung der hydrostatischen Drucke dabei wegen der geringen Dichte des Rizinusöls im Vergleich zum Quecksilber nicht ins Gewicht, wesentlich ist die Veränderung der funktionellen Querschnitte und also der Übertragungszahl, die hierdurch, wie leicht durch den Versuch zu zeigen, entsteht. Darum ist das Mittel, mit der Ölersatzpumpe „feinere Druckschwankungen im Augenblick der Messungen vorzunehmen", das Amagat[1]) empfiehlt, eben wegen der hiermit verbundenen Änderung der Kolbenstellung zu verwerfen; zweckmäßiger besorgt man dies mit der feinen Druckregulierschraube an der Cailletetschen Pumpe. Zur Berechnung der zu messenden Hochdrucke P in Atm. aus den beobachteten und auf 15° reduzierten[2]) Quecksilberhöhen H cm haben wir folgende Beziehung nach den früheren Überlegungen und Bezeichnungen p. 24 und Fig. 4:

$$P = n.H_{15}.\frac{\left[s_{15} + (s_{15} - \sigma)\frac{q_{2,3,4}}{q_1}\right]}{76\,.\,s_0}\ \text{Atm.} = n.H_{15}.\frac{\left[s_{15} + (s_{15} - \sigma)\frac{q_{2,3,4}}{q_1}\right]}{1000}\ \frac{\text{kg}}{\text{qcm}}.$$

Da die Kalibrierung der von unten nach oben folgenden drei Hg-Steigröhren des Amagatmanometers nahe übereinstimmte ($q_2 = 0{,}241$, $q_3 = 0{,}227$, $q_4 = 0{,}234$ qcm) und $q_1 = 77{,}45$ qcm diese ca. 300 mal übertrifft, so kann ohne merklichen Fehler das zweite Klammerglied durch Verwendung mittlerer Werte und spezifischer Gewichte konstant gesetzt werden = 0,0381. Dies ergibt für $n = 61{,}45$

$$\boldsymbol{P = H_{15}\,.\,0{,}8086\ \text{Atm.} = H_{15}\,.\,0{,}8355\ \frac{\text{kg}}{\text{qcm}}}.$$

Einer Atm. entsprechen beim Amagatmanometer also ca. 12 mm Hg im Steigrohr.

1) E. H. Amagat, l. c. p. 74.

2) Die Schwerekorrektion beträgt für München nur 0,2 Promille, da sie obendrein der Korrektion von 0,1 Promille entgegenläuft, welche die Abnahme des Luftdruckes auf dem freien Ende der steigenden Quecksilbersäule hervorbringt, so blieben beide zusammen füglich fort.

Der *Nullpunkt* für die Quecksilberhöhen H, welcher sich nach dem Entspannen der Druckpumpe einstellt, entspricht dem gewöhnlichen Atmosphärendruck an der Ausflußöffnung des Druckwassers. Da seine Lage auch von dem hydrostatischen Druck in den druckvermittelnden Kupferkapillaren zwischen dieser Öffnung und dem oberen Stahlkolbenende abhängt, so dürfen diese keine Luft enthalten, die mit wachsendem Druck durch das Druckwasser ersetzt würde. Für die *absolute* Eichung der Federmanometer ist noch ihre Höhenaufstellung in bezug auf die obige Ausflußöffnung wegen der hydrostatischen Druckdifferenz zwischen beiden zu bedenken.

Zweiter Teil.

Die Prüfung der Metallmanometer.

I. Der Temperatureinfluß.

Bevor wir an die experimentelle Untersuchung der komplizierteren Erscheinung der elastischen Nachwirkung herangehen, ist es zweckmäßig, diesen mehr gesetzmäßigen Einfluß — wie sich gezeigt hat — auf die Angaben der Metallmanometer zu studieren, damit wir uns von ihm befreien können.

Zwei Instrumente, das Genfer und das Magdeburger Manometer, wurden also mit dem Amagatschen Normalmanometer nach der schon erörterten Art der einseitigen unter Klopfen bewirkten Zeigereinstellung verglichen. Die mitgeteilten Quecksilberhöhen sind die Mittel aus 3 bis 5 für jeden Skalenteil wiederholten und auf 15° reduzierten Ablesungen am Steigrohr. Die durchschnittlichen Differenzen der Einzelablesungen betragen beim Genfer Manometer ca. 1 mm, beim Magdeburger $^1/_2$ mm Hg.

Die Temperaturen von 30—40° wurden erreicht, indem eine über das Manometer gestülpte, unten offene Glasglocke mit Glühlampen geheizt wurde, so daß das Manometer keine direkte Strahlung empfing. Nach 12—24 stündigem Heizen war das dynamische Wärmegleichgewicht so vollkommen erreicht, daß das innere Thermometer während des ganzen Versuches nicht merklich schwankte. Auch hier wurde das Klopfen nicht versäumt. Um Störungen durch elastische Nachwirkungen möglichst auszuschalten, war das Tempo der Drucksteigerung (ca.

eine Stunde, um bis 300 Atm. zu kommen) und die Vorgeschichte der Beanspruchung der Manometer (mindestens eine Nacht Erholung) für die beiden Versuche bei verschiedener Temperatur gleichmäßig. Endlich sind nur Werte bei steigendem Druck miteinander verglichen.

Das Ergebnis der nachstehenden Tabellen II und III findet sich unter Δ, das den Unterschied des Druckes angibt, der bei den angeführten verschiedenen Temperaturen des Manometers zur gleichen Zeigerstellung (Deformation) gehört. Die graphische Darstellung von Δ (Fig. 5) zeigt einen ausgesprochen linearen Verlauf für die Skala der Drucke. Ein Vergleich

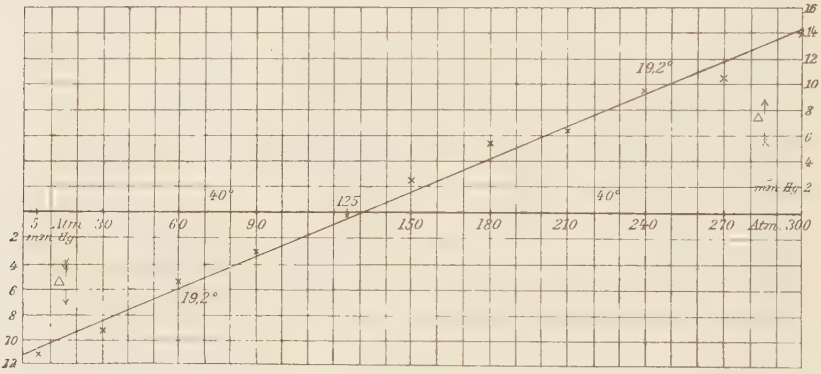

Fig. 5 (vgl. Tab. III).

beider Manometer lehrt, daß beide einen ganz analogen Temperatureinfluß erfahren: beide haben ungefähr in der Mitte der Skala eine vom Wechsel der Temperatur unbeeinflußbare Zeigerstellung. Die Vorzüge des Magdeburger Instrumentes vor dem Genfer treten nicht nur in einer gerade halb so großen Temperaturkorrektion hervor, sondern liegen hauptsächlich in der großen Konstanz seiner Angaben für mehrere Versuche unter gleichen Gebrauchsbedingungen, wie ein Vergleich der Versuche *rs* und *tu* lehrt. Die starken Abweichungen, die das Genfer Instrument andererseits bezüglich seines Temperaturganges MN und IE sowohl, als auch bei einer Vergleichung von I (33°) mit M (36°) erkennen läßt, deuten auf Fehler im Übertragungsmechanismus des Zeigers, die den an

Tabelle II.

Genfer Manometer.

Zeiger-Stellung Atm.	E 13,5° Quecksilberstand in cm	I 33° Quecksilberstand in cm	$I-E$ Δ cm Hg	Zeiger-Stellung Atm.	M 36° Quecksilberstand in cm	N 18° Quecksilberstand in cm	$M-N$ Δ cm Hg
10	14,00	15,11	+1,11	10	15,12	14,82	+0,30
30	37,48	38,47	+0,99	30	38,13	37,84	+0,29
55	69,70	70,45	+0,75	55	70,09	69,92	+0,17
105	130,82	130,96	+0,14	80	99,67	99,92	−0,25
155	193,67	193,03	−0,64	105	130,81	131,19	−0,38
205	255,82	254,59	−1,23	130	160,68	161,25	−0,57
255	319,21	316,77	−2,44	155	192,67	193,51	−0,84
295	369,02	366,23	−2,79	180	223,51	224,67	−1,16
				205	253,81	254,95	−1,14
				230	284,47	286,09	−1,62
				255	315,76	317,76	−2,00
				280	346,86	349,16	−2,30
				295	365,40	368,03	−2,63

Anmerkung. Der Nullpunkt der Quecksilberhöhen war für *alle* in dieser Arbeit mitgeteilten Messungen 0,9 cm.

Tabelle III.

Magdeburger Manometer.

Datum	23. VII.	25. VII.	28. VII.	29. VII.	30. VII.	$\frac{r+s}{2}$ $(rs) \equiv$ 19,2°	$\frac{t+u}{2}$ $(tu) \equiv$ 40°	$\Delta = (tu)-(rs)$
Zeiger-Stellung Atm.	r 19,2°	s 19,2°	t 40°	u 40°	v 19,5°			
	cm Hg					cm Hg		mm Hg
5	6,65	6,65	7,78	7,73	6,55	6,65	7,76	+11,1
30	35,79	—	36,72	—	35,67	35,79	36,72	+ 9,3
60	71,93	71,78	72,44	72,34	71,75	71,86	72,39	+ 5,3
90	(108,18)	107,77	108,12	108,06	107,70	107,77	108,09	+ 3,2
125	—	149,98	150,01	—	—	149,98	150,01	+ 0,3
150	179,93	179,92	179,70	179,66	179,76	179,93	179,68	− 2,5
180	—	215,77	215,21	215,27	215,45	215,77	215,24	− 5,3
210	251,52	251,42	250,82	250,79	251,21	251,47	250,81	− 6,6
240	288,28	288,34	287,22	287,54	288,06	288,31	287,38	− 9,3
270	324,11	324,01	323,04	322,97	323,81	324,06	323,00	−10,6
300	360,51	360,59	359,10	359,19	360,37	360,55	359,15	−14,0

sich als ja völlig gesetzmäßig vorauszusetzenden Temperatureinfluß sehr regellos erscheinen lassen.

Aus der graphischen Darstellung folgt als Temperaturkorrektionsformel für das Magdeburger Instrument:

$$P_t = P_{15} + \frac{(P_{15} - 130)(15 - t)}{2933}.$$

Hier bezeichnet P_{15} den Druck in Atmosphären, welchen das Manometer bei 15° anzeigt, P_t den bei der Gebrauchstemperatur t. Hiernach ist der *Temperatureinfluß von nur 1° schon in Betracht zu ziehen*, da er bei 300 Atm. z. B. eine für die Empfindlichkeit des Instrumentes wohl bemerkbare Änderung von 0,06 Atm. ausmacht. Alle künftig mitgeteilten Angaben der Quecksilberhöhen sind daher bezogen auf die Normaltemperatur des Manometers von 15°.

Eine *thermische Nachwirkung* zeigt deutlich der Versuch *v*, der einen Tag nach der Erwärmung auf 40° ausgeführt ist, in einer Depression der Angaben von ca. 0,13 Atm. (Ermüdung der elastischen Kräfte.) Indes konnte eine fast vollständige Erholung in späteren Versuchen festgestellt werden. Trotzdem wird man also größere Temperaturschwankungen vom Manometer zweckmäßig fernzuhalten haben, so nützlich solche behufs „künstlichen Alterns“ kurz nach der technischen Ausführung des Instrumentes auch sein mögen.

Betreffs einer Erklärung des allgemeinen Charakters des beiden Manometern eigentümlichen Temperatureinflusses mit dem neutralen Skalenteil *c* in der Mitte, ist an das Zusammenwirken zweier Ursachen zu denken. *Einmal* an die Zunahme der elastischen Kräfte mit sinkender Temperatur. Dieser Einfluß allein würde in der Fig. 6 durch die Linie *a e* dargestellt sein, die durch den Anfangspunkt *a* der Deformationen (Skalenteil 0 Atm.) geht. Wie in Fig. 5, bedeutet hier die Abszisse die Zeigerstellungen, also die Deformationen, die Ordinate die Differenzen der

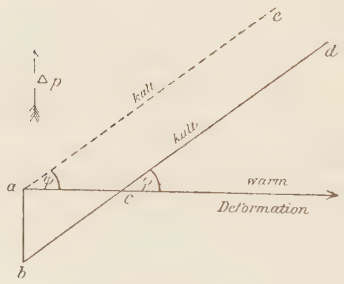

Fig. 6.

Drucke, welche bei verschiedener Temperatur gleiche Deformationen ergeben. Der *zweite* Temperatureinfluß, der zum ersten hinzukommt, um den wirklich beobachteten $b\,c\,d$ zu ergeben, ist dann offenbar eine Nullpunktsverschiebung $a\,b$, die sich leicht aus einer thermischen Verschiebung der Skala gegen die Bourdonsche Röhre erklären läßt.

Die erste Temperaturwirkung ist im Wesen der elastischen Kräfte begründet, darum unvermeidlich; die zweite, obwohl technisch vielleicht vermeidbar, geradezu willkommen wegen der Verteilung der Korrektion nach zwei Seiten hin.

Die Richtigkeit dieser Zerlegung des Temperatureinflusses wird bestätigt durch die Übereinstimmung der aus den mitgeteilten Messungen hervorgehenden Temperaturkoeffizienten der elastischen Kräfte (für das Magdeburger Manometer gleich 0,00033, für das Genfer Manometer = 0,00052) mit dem sonst gefundenen[1]) Wert für Messing und hart gezogenes Kupfer gleich 0,0004.

II. Die elastische Nachwirkung.

Durch die von Wilhelm Weber[2]) entdeckte „elastische Nachwirkung“ an festen Körpern wurde der Molekularphysik ein ebenso bedeutsamer Gegenstand für Spekulation und Theorie erschlossen, als für die messende Physik die Frage nach der *Verwendbarkeit elastischer Deformationen zur Messung der deformierenden Kräfte* zu einer gleich wichtigen als verwickelten gemacht. Die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung sind bekanntlich folgende: ein plötzlich deformierter fester Körper entwickelt zuerst die gewöhnliche „rein elastische“ Widerstandskraft, die bei einer bestimmt festgehaltenen konstanten Deformation auch eindeutig bestimmt ist; dies ist die Periode der rein elastischen Kräfte oder der elastischen Momentankräfte. An diese Periode schließt sich nun ein sehr langsam verlaufender und auch quantitativ geringfügiger Vorgang, eben der der „elastischen Nachwirkung“ an, der sich darin äußert, daß trotz vollkommen konstant erhaltener äußerlich sichtbarer Defor-

1) Vgl. A. Wüllner, Experimentalphysik **1.** p. 266—269. 1895 und Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. **5.** p. 233. 1901.

2) W. Weber, Pogg. Ann. **34.** p. 247. 1835.

mation die elastischen Kräfte zuerst am schnellsten und allmählich abnehmend eine Verminderung erfahren (Ermüdung[1]), Relaxation), die ihre Grenze findet in dem das definitive elastische Gleichgewicht bezeichnenden Minimum der elastischen Widerstandskräfte. Die reziproken Erscheinungen treten ein nach aufgehobener Deformation; hier findet eine allmähliche Wiedervermehrung der elastischen Kraft (Erholung) auf ihren früheren Wert statt.

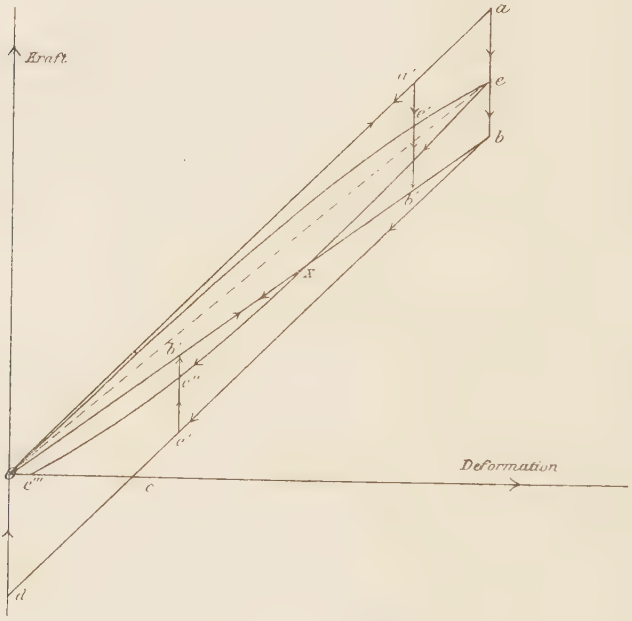

Fig. 7.

Ohne Zweifel sind diese Änderungen der elastischen Kräfte von einer inneren unsichtbaren molekularen Zustandsänderung des deformierten Körpers begleitet, deren eigentliches Wesen noch unbekannt ist.

In größerer Allgemeinheit stellt sich die Wirkungsweise der elastischen Nachwirkung dar, wenn wir einen *Deformationszyklus* vornehmen. Im folgenden werden wir also die hierbei

1) Lord Kelvin, math. and phys. papers 3. p. 22.

zu erwartenden Erscheinungen näher besprechen und an ihnen zugleich die praktischen Gesichtspunkte gewinnen, die uns beim späteren experimentellen Versuch geleitet haben.

Die Fig. 7 stellt Deformationskurven dar in einem Koordinatensystem, dessen Abszissen die Deformationen, dessen Ordinaten die zugehörigen elastischen Reaktionskräfte bezeichnen. Unter der vereinfachenden Annahme, daß für die rein elastischen Momentankräfte Proportionalität zwischen Deformation und Kraft — das Hookesche Gesetz — bestehe, haben wir in der Geraden $O\,a$ die Deformationskurve für *sehr schnell* vollzogene Deformationen. Entspannen wir ebenso plötzlich, so werden wir — natürlich von thermischen Einflüssen abgesehen — auf derselben Kurve $a\,O$ zum Ausgangspunkt zurückkehren; wir haben ja der Nachwirkung keine Zeit zu ihrer Entfaltung gelassen und wir wissen, daß dieselbe sehr träge sich vollzieht. Man bedient sich auch sonst dieses Mittels, um die störende Nachwirkung auszuschliessen in der sogenannten dynamischen Methode der Bestimmung von Elastizitätsmoduln.[1]) Die geringe Dämpfung von akustisch-elastischen Schwingungen in Metallen[2]) beweist überdies die nahe Koinzidenz der beiden Kurven, da die von ihnen etwa eingeschlossene Fläche auch hier die bekannte energieverzehrende Bedeutung hat. Wir werden endlich Versuche an unserem Manometer mitteilen, die das gleiche dartun.

Auch der andere Grenzfall eines *sehr langsam* vollzogenen Deformationszyklus hat die Eigentümlichkeit der Energieerhaltung, also der Koinzidenz der Deformationskurven für wachsende und abnehmende Deformationen. Hier lassen wir der elastischen Nachwirkung die ganze Zeitdauer, die sie zu ihrer völligen Ausbildung nötig hat, indem wir aufwärts auf allen Punkten die völlige Ermüdung, d. h. Verminderung $a'\,b'$, $a\,b$

1) F. Kohlrausch, Lehrbuch d. prakt. Physik p. 201. 9. Aufl.

2) W. Weber, Pogg. Ann. **34.** p. 255. 1835. Es ist interessant, zu bemerken, daß Weber zur Erklärung der Nachwirkung und des induzierten Magnetismus die gleiche Hypothese der Drehung der Moleküle verwendet und sogleich in der ersten Arbeit 1835 die Energiebetrachtung über die Dämpfung elastischer Schwingungen anstellt, dagegen dies nicht auf den Magnetismus überträgt, so daß die Hysteresisdämpfung erst seit 1881 — Warburg — Beachtung fand.

der Ordinatenwerte der elastischen Kraft, abwärts deren völlige Erholung $c'b'$, dO abwarten. Diese letztere Wirkungsweise der Nachwirkung ist noch näher zu betrachten, sie ist in der Tat die Ursache dafür, daß hier keine Energiezerstreuung stattfindet. Denn entspannen wir von b, einem Punkt des definitiven elastischen Gleichgewichtes, aus *plötzlich*, nicht unendlich langsam wie vorher, so werden wir angenähert auf der Deformationskurve bd parallel Oa, der Kurve der Momentankräfte, verlaufen. Obd ist dann die Fläche des Energieverlustes und Oc bez. Od sind die Nachwirkungsrückstände, deren allmähliches Verschwinden bei den meisten Experimentaluntersuchungen der Gegenstand der Beobachtung ist. Je langsamer wir die Deformation aufheben, desto mehr wird dieses Verschwinden der Rückstände oder die Erholung auf den Wegen $c'b$, dO schon *während* der Entspannung geschehen, und so wird im Grenzfall eines unendlich langsamen Deformationszyklus die Annäherung der Deformationskurven von beiden Seiten her an die Linie Ob des definitiven elastischen Gleichgewichtes bis zur Koinzidenz fortgeschritten sein. Da wir uns ganz im Gebiet der vollkommenen Elastizität bewegen und auch von den Nachwirkungen wissen, daß sie mit der Zeit völlig verschwinden, so ist in der Tat a priori plausibel, daß diese Koinzidenz statthat: eine notwendige logische Folge davon, daß wir beim Spannen und Entspannen das definitive elastische Gleichgewicht abgewartet haben, ist diese Koinzidenz aber nicht, wie die Tatsache der mit Hysteresis bezeichneten Eigenschaft beim magnetischen Kreisprozeß beweist. Bis jetzt aber scheint die Erfahrung eine solche *eigentliche Hysteresis* für elastische Deformationszyklen noch nicht sichergestellt zu haben und ihr Nachweis würde eine wesentlich neue elastische Eigenschaft kennen lehren: nämlich das Dasein zweier je nach der Vorgeschichte modifizierter definitiver Gleichgewichtslagen, die das prinzipielle Merkmal der *Unbeeinflußbarkeit durch die Zeitdauer* oder das Tempo[1]), in welchem der Deformationsweg durchlaufen wird, an sich tragen, ganz im Gegensatz zu der Nachwirkung, deren Verlauf gänzlich durch die Zeit bestimmt wird. Die geringe Dämpfung akustisch-elastischer Schwin-

1) E. Warburg, Rapp. au Congr. de Phys. 2. p. 512. Paris 1900.

gungen in Metallen macht es wahrscheinlich, daß eine Hysteresis nicht besteht. Auch die für das Zustandekommen einer solchen erforderlichen Eigenschaften der Remanenz und der Koerzitivkraft haben auf Seite der elastischen Phänomene kein Analogon. Bei der Eigenart der wirklichen Hysteresis ist es daher geboten, dies Wort lediglich dem Gebiet des Magnetismus vorzubehalten. Keinesfalls berechtigt aber allein schon die wiederholt[1]) beobachtete Tatsache der Schleifenbildung bei Deformationskurven, die steigenden und fallenden Kräften zukommen, dazu, von einer „elastischen Hysteresis" zu sprechen, da allein schon die bekannten Erscheinungen der Nachwirkung eine Schleifenbildung geradezu bedingen. Andererseits haben wir an den beiden Grenzfällen sehr schnellen und sehr langsamen Tempos das völlige Verschwinden *der* Schleife und *der* Energiezerstreuung, die von der Nachwirkung herrühren, gefolgert. Wir werden später durch Versuche dies Verhalten im allgemeinen — soweit Grenzfälle eben dem Versuch angenähert zugänglich sind —, sowie andere Merkmale dafür feststellen, daß es sich wesentlich nur um Nachwirkungserscheinungen handelt.

Bisher betrachteten wir die beiden Grenzfälle von Deformationszyklen sehr schnellen und sehr langsamen Tempos. Um die Erscheinungen für jedes beliebige Tempo, insbesondere für *gleichförmiges* zu übersehen, fassen wir den Deformationszyklus $O\,a\,b\,d\,O$ ins Auge, welcher in ganz ungleichförmigem Tempo durchlaufen wird: sehr rasch auf den Wegen Oa und bd, sehr langsam auf ab und dO. Die Linie Ob des definitiven elastischen Gleichgewichtes trennt die ganze Fläche $O\,a\,b\,d$ in die beiden Dreiecke $O\,a\,b$ und $O\,b\,d$. Im oberen Dreieck vollziehen sich die Vorgänge der Ermüdung, im unteren Dreieck

1) J. A. Ewing, Nature **40.** p. 584. 1889; C. Barus, Phil. Mag. **30.** p. 338. 1890. Taf. X u. **31.** p. 401. 1891; M. Cantone, Nuovo Cim. 1894—1896 (Biegung-Torsion), vgl. auch die Fortschritte d. Phys. und die Beiblätter 1894—1897, betont die Analogie zur magnet. Hysteresis. P. Hebe (Reichsanstalt), Zeitschr. für Instrumentenk. **20.** p. 265. 1900. In den Tabellen steckt die Schleife. M. Labatut, Fortschr. d. Phys. **1.** p. 446. 1893; A. Lafay, Ann. d. chim. et de phys. **23.** p. 264. 1901, kurzer Hinweis; R. Fricke, Diss. Göttingen 1902; E. Riecke, Lehrb. d. Phys. **1.** 2. Aufl. p. 262. 1902; H. Bouasse, Ann. de chim. et de phys. **29.** p. 384. 1903 und die dortige Literatur.

die der Erholung der elastischen Kräfte. Außerhalb beider Dreiecke kann überhaupt kein Deformationszyklus verlaufen, wir haben also mit dem Zyklus $O\,a\,b\,d\,O$ den *äußersten Rahmen* gewonnen, innerhalb dessen alle denkbaren Zyklen verlaufen müssen. $O\,e'\,e\,x\,e''\,e'''$ mag einen beliebigen im gleichförmigen Tempo beschriebenen Zyklus vorstellen. Die Kurve wachsender Deformation $O\,e'\,e$ ist gegen $O\,a$ konvex, weil durch die Superposition der Nachwirkungen die spätere $a\,e$ relativ größer sein muß als die frühere $a'\,e'$. Nach der Umkehr in e muß die Kurve $e\,x$, weil noch im Dreieck der Ermüdung verlaufend, sich noch weiter nach der Linie des definitiven Gleichgewichtes $b\,O$ verschieben, bis sie diese in x schneidet und nunmehr in das Dreieck der Erholung kommt, wo sie sich wieder $b\,O$, diesmal aber in der Richtung von unten nach oben annähert und wie oben gegen $b\,d$ konvex verläuft.[1]) In x wird die Kurve $e\,e''$

1) W. Weber hat in Pogg. Ann. 54. p. 2. 1841 schon die Erscheinung der elastischen Nachwirkung bei festen Körpern verglichen mit der *scheinbaren* elastischen Nachwirkung, die z. B. komprimierte Gase zeigen durch die sekundären Temperaturänderungen nach der Kompression; er spielte damit auf die adiabatische und isotherme Elastizität an. In der Tat wird die Analogie für einen *Deformationszyklus* zwischen den beiden Erscheinungen höchst auffallend. Die Fig. 8 stellt — ganz analog zur Fig. 7 — einen Deformationszyklus, d. h. eine halbe Schallschwingung im Luftraum von der Temperatur ϑ_0 dar. Von A aus wird die Adiabate $A\,B$ durchlaufen (früher die Kurve $O\,a$ rein elastischer Momentankräfte), hier läßt man die „Nachwirkung", d. h. die Temperaturerhöhung ϑ_1 in ihrem wie früher logarithmischen Verlauf abklingen, dabei sinkt die Elastizität p auf ihr Minimum bei C. Auf der Adiabate $C\,D$ endlich kehrt man mit ermüdetem elastischen Widerstand zum ursprünglichen Volumen zurück und beobachtet auf dem Wege $D\,A$ unter Wärmeabsorption von außen die Erholung der Elastizität auf ihren Ausgangswert. Den Energieverlust stellt wieder die Fläche $A\,B\,C\,D$ vor; nur erhält diesmal das äußere Medium diese Energie in Form von Leitung oder Strahlung, nicht der deformierte Körper selbst, wie oben. Die schnellen Schallschwingungen in der Luft gehen fast adiabatisch ($A\,B\,A$)

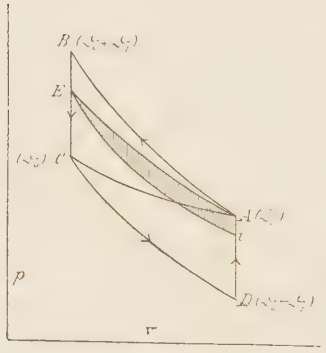

Fig. 8.

parallel $b\,d$ sein müssen; x selbst wird je nach dem (gleichförmigen) Tempo auf $O\,b$ wandern und zwar von O bis b, während das Tempo vom schnellsten zum langsamsten sich ändert. Es verweilt also die Deformationskurve des Zyklus immer länger im Dreieck der Ermüdung als in dem der Erholung, infolgedessen bleibt für unseren Zyklus am Ende immer ein Rückstand $O\,e'''$ übrig, d. h. die Schleife ist nicht geschlossen. Da dieser Rückstand für eine sofortige Wiederholung etc. (Schwingungen) des ersten Deformationszyklus einen veränderten Anfangszustand bedeutet, so können die sich folgenden Zyklen nicht kongruente Schleifen liefern; sie werden sich aber einer definitiven Grenzform nähern, von der vorausgesagt werden kann, daß sie sich symmetrisch um $O\,b$ (also mit zwei Schnittpunkten x) anordnen und zugleich ein Minimum des Flächeninhaltes erreichen wird. Eine weitere naheliegende Folgerung für gleichförmig durchlaufene Zyklen ist die, daß für ein bestimmtes Tempo die Schleifenfläche, also die Energiezerstreuung, ein Maximum wird, weil in den beiden Grenzfällen des sehr langsamen und des sehr schnellen Tempos, wie wir oben ausführten, die Fläche verschwindet. Ferner ist es gut, darauf hinzuweisen, daß die Gerade $O\,e$, die gleichsam Symmetrieachse der Schleife ist und als praktisch verwendbare Mittellinie der beiden Deformationskurven erscheinen könnte, keine fixe Lage hat, sondern mit dem Tempo sich dreht von $O\,a$ nach $O\,b$.

Dieses sind die Konsequenzen, die aus den bekannten Erscheinungen der elastischen Nachwirkung für einen Deformationszyklus sich ziehen lassen und die wir besonders in Rücksicht auf deren praktische Anwendung bei Deformationszyklen der Bourdonröhre unserer Manometer entwickelt haben.

---

vor sich, daraus resultiert hier als der *eine Grenzfall* die Laplacesche — theoretisch maximale — Geschwindigkeit der Fortpflanzung, zugleich ungedämpfte. Den *anderen Grenzfall* entweder sehr langsamer Schwingungen — tiefe Töne — oder aber, realisierbarer, in einem stark strahlenden und wärmeleitenden Medium erfolgender Schwingungen zeigt der isotherme Zyklus $A\,C\,A$ an. Auch hier *un*gedämpfte, aber minimale Fortpflanzungsgeschwindigkeit: Newtonscher Wert. Zwischen beiden Fällen liegt die Wirklichkeit: gedämpfte und zwischen dem Laplaceschen und dem Newtonschen Wert der Geschwindigkeit vor sich gehende Ausbreitung der Schallwellen (schraffierte Fläche $A\,E\,i$).

Wir möchten indessen hierbei noch eine kurze prinzipielle Bemerkung machen, die die Natur des *Nachwirkungsvorganges* betrifft, im besonderen ob er *reversibel oder irreversibel* sei. An dem Zyklus *O b d O* hat Helmholtz[1]) den irreversiblen, „reibungsähnlichen" Charakter der Nachwirkung demonstriert, und zweifellos wird in allen Cykeln, deren Schleifenfläche nicht verschwindet, durch den Vorgang der Nachwirkung wegen einer Art innerer Reibung irreversible Wärme produziert. Es scheint uns diese irreversible Wirkung aber nicht notwendig zu dem Vorgang der Nachwirkung (im Gegensatz zur Hysteresis) zu gehören, sondern nur bedingt durch eine unökonomische Führung des Prozesses. In der Tat kann die Energiezerstreuung gänzlich vermieden werden, es ist nur nötig, den Kräften der Nachwirkung (der Erholung) die gehörige Möglichkeit zu einer Arbeitsleistung zu geben; dies ist geschehen in dem sehr langsam durchlaufenen Zyklus *O b O*, der, wie wir dargetan haben, *reversibel* ist. Dieser Zyklus lehrt uns also die bemerkenswerte Tatsache, daß der durchaus besondere Molekularzustand des definitiven elastischen Gleichgewichtes, der durch den zu Ende geführten Nachwirkungsvorgang erreicht wird und der durch die Eigentümlichkeit der langsamen Herstellbarkeit gekennzeichnet ist, ebenso wie der gewöhnliche rein elastische Spannungszustand *potentielle Energie* repräsentiert, daß also z. B. in dem Fall der Längsdehnung durch ein Gewicht auch die Arbeit, die zur Herstellung der kleinen und trägen Nachwirkungsdehnungen aufgewandt worden war, bei der Entspannung *völlig* wiedergewonnen werden kann, indem diese kleinen Dehnungen bei ihrem allmählichen Verschwinden (Erholung) imstande sind, das Gewicht zu heben. Die Bedingung für die völlige Wiedergewinnung der aufgewandten Arbeit ist unendlich langsame Deformationsänderung. Die Nachwirkung muß sich also überall in ihrer ganzen Ausdehnung an jede rein elastische Wirkung gleichsam als natürlicher Appendix anschließen. Trennt man aber diese Zusammengehörigkeit, indem man rascher die rein elastischen Kräfte beansprucht und daher die zugehörigen Nachwirkungen nicht

1) H. v. Helmholtz, Vorlesungen über die Theorie der Wärme p. 249.

abwartet und an einen anderen Ort etwa verlegt, so tritt jedesmal und um so mehr Energievergeudung ein, je mehr man diese natürliche Zusammengehörigkeit verletzt.

Die elastische Nachwirkung der Metallmanometer.

Wir haben oben darauf hingewiesen, daß die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung die für Meßzwecke unerläßliche Bedingung einer eindeutigen Beziehung zwischen Deformation (Zeigerstellung) und Kraft (Druck) zu einer unerfüllbaren machen; zur nämlichen Zeigerangabe gehören im allgemeinen verschiedene Drucke, ein gewisses Intervall von Werten, das wir in der Fig. 7 durch die Breite *a b* gekennzeichnet haben. Auf die Größe des gesuchten wahren Druckwertes wirkt strenge genommen die ganze Vorgeschichte der Beanspruchung ein, die unmittelbare Vergangenheit jedoch in überwiegendem Maße. Dies ist wesentlich und vorteilhaft für unsere Zwecke der Messung, weil wir hiernach nach gleicher unmittelbarer Vergangenheit auch gleiche und vergleichbare elastische Verhältnisse zu erwarten haben: also eine merkliche Eindeutigkeit zwischen Druck und den Angaben des Manometers.

Die Untersuchung über den *Grad dieser Konstanz der Angaben nach einer möglichst gleichen unmittelbaren Vorgeschichte* ist offenbar unsere nächste Aufgabe, da von deren Resultat die obere Grenze in der Leistungsfähigkeit dieser Metallmanometer abhängt. Man wird, in Rücksicht auf die praktischen Zwecke, die uns zunächst angehen, eine Erholungszeit während einer Nacht als jene unmittelbare Vorgeschichte zu wählen haben und dann nur die Angaben bei steigendem Druck zunächst vergleichen. Diese Vergleichung ist ferner über eine Gesamtprüfungszeit von über einem Jahr für das Magdeburger Manometer auszudehnen gewesen, damit von vornherein über dauernde Änderungen ein Urteil sich gewinnen läßt; denn offenbar ist es zwecklos, systematische Nachwirkungseinflüsse zu studieren, wie sie sich in der Schleife des Deformationszyklus oder in einer Depression späterer aufsteigender Druckwerte gegen frühere geltend machen, solange man nicht über eine dauernde Konstanz der Manometerangaben orientiert ist.

Die beiden folgenden Tabellen enthalten die Versuche für beide Manometer, besonders für das Magdeburger, das wegen seiner unvergleichlich exakteren Einstellungsschärfe und Übertragungsmechanik des Zeigers naturgemäß bevorzugt ist. Die zu den Zeigerstellungen abgelesenen Quecksilberstände am Amagatmanometer sind Mittelwerte aus drei gesonderten Pointierungen, die sich durchschnittlich beim Genfer Manometer um 1—2 mm Hg, beim Magdeburger um $^1/_2$ mm Hg unterscheiden. Die Quecksilberhöhen sind auf 15° reduziert, auch ist die Temperaturkorrektion für das Manometer selbst schon in den angegebenen Höhen berücksichtigt. Die Zeit, in der der Gang bis zu 300 Atm. (gleichförmig) zurückgelegt wurde, betrug ca. 35 Min. beim Magdeburger, ca. 100 Min. beim Genfer Manometer, und war nur durch äußere Rücksichten bestimmt. Die unmittelbare Vorgeschichte (vgl. das Datum) war überall mindestens eine Nacht Ruhepause; die längeren Zwischenzeiten zwischen den Versuchen sind in den Anmerkungen einzeln besprochen.

Das Ergebnis der Tabellen IV u. V findet sich unter Δ. Während beim Magdeburger Instrument ein Vergleich der Quecksilberhöhen, d. i. der wahren Drucke über eine ausgedehnte Zeit hin nur sehr kleine und vor allem regellos verteilte Differenzen Δ zeigt, so daß aus allen Einzelwerten unbedenklich der Mittelwert N herzuleiten war, ergeben sich beim Genfer Manometer deutlich *dauernde* und recht beträchtliche Änderungen, die unter Δ in der angenäherten Weise, die die allgemeine Ungenauigkeit der Werte bedingt, angegeben sind. Der Gang dieser Änderungen ist im Sinne eines Temperatureinflusses, wie wir ihn früher erörtert haben, und entspricht im ganzen einer Temperatursteigerung um ca. 10°. Da wir die Temperaturkorrektion der einzelnen Versuche schon angebracht haben, scheint eine langsame Wärmenachwirkung vorzuliegen. Wir haben diese fortschreitenden Änderungen nicht weiter verfolgt, weil im Magdeburger Manometer dieser Mangel schon von vornherein vermieden ist und unsere Zwecke ja vorwiegend praktischer Art sind. Der Grad der Konstanz in den Angaben dieses Instrumentes, der aus der Kolumne Δ hervorgeht, kann recht wohl als das eigentliche Maß dafür angesehen werden, inwieweit es sich als Präzisionsmesser be-

Tabelle IV.

Magdeburger Manometer, 15°.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Zeiger-einstellung	24. VII. 1902	31. X.	3. XI.	4. XI.	5. XI.	7. XI.	7. I. 03	25. II.	20. V.	4. VIII.	N	Δ	$\pm$ ‰
Atm.	cm Hg										mm Hg		
5	6,42	6,25	6,36	6,28	6,35	6,29	6,41	6,39	6,46	—	6,36	1,1	18
30	35,61	35,52	35,61	35,53	35,56	35,62	35,60	35,67	35,72	35,67	35,61	1,1	2,9
60	71,74	71,72	71,82	71,74	71,74	71,76	71,64	71,54	71,67	71,65	71,70	1,6	1,4
90	107,71	107,64	107,78	107,75	107,73	107,72	107,78	107,76	107,77	107,76	107,74	1,0	0,9
125	149,98	149,89	150,00	149,93	149,90	149,91	150,01	150,02	—	149,91	149,95	0,7	0,7
150	179,97	179,82	179,98	179,88	179,87	179,90	180,05	179,93	179,98	179,99	179,94	1,2	0,6
180	215,87	215,74	215,75	215,65	215,69	215,82	215,87	215,63	—	215,79	215,75	1,2	0,5
210	251,63	251,49	251,52	251,45	251,50	251,58	251,61	251,45	251,47	251,57	251,53	1,0	0,4
240	288,43	288,46	288,40	288,36	288,40	288,36	288,45	288,28	—	288,35	288,39	1,1	0,4
270	324,33	324,34	324,32	324,25	324,32	324,31	324,41	324,50	—	324,31	324,34	1,6	0,3
300	360,89	360,89	361,00	360,89	360,98	360,91	360,86	360,93	360,91	360,87	360,91	0,9	0,3

Mittel Δ_m = 1,1 mm
= 0,08 Atm.
„Hochdruck“

Bemerkungen: Zwischen 2 und 3 dreimonatlicher Nichtgebrauch, zwischen 7 und 9 geringer anderweitiger Gebrauch, zwischen 9 und 11 häufige Benutzung. N, der Normalversuch, gibt die Mittelwerte von 2—11. Δ enthält die größten in 2—11 vorkommenden Differenzen von N.

Tabelle V.

Genfer Manometer, 18°.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Zeiger-einstellung	20. V.	22. V.	24. V.	5. VI.	6. VI.	9. VI.	1. VIII.	Δ
Atm.	cm Hg							mm Hg
10	—	—	14,25	14,27	14,61	14,82	14,23	+ 6
30	37,29	—	37,67	37,98	—	37,84	37,68	+ 7
55	69,38	—	69,82	69,73	—	69,92	69,95	+ 5
80	99,32	—	99,57	—	99,53	99,92	—	+ 6
105	—	130,72	130,78	131,13	—	131,19	131,14	+ 5
130	—	—	161,12	—	—	161,25	—	+ 1
135	167,83	—	—	—	167,38	—	—	− 4
155	193,73	193,59	193,48	193,74	—	193,51	193,73	?
180	225,01	—	224,76	—	—	224,67	—	− 3
205	255,78	255,47	255,47	255,81	—	254,95	255,30	− 6
230	—	—	286,48	—	—	286,09	—	− 4
235	293,13	—	—	—	292,07	—	—	−11
255	318,67	—	318,70	318,03	—	317,76	318,01	− 9
280	350,07	—	349,76	—	349,10	349,16	348,90	−12
295	368,87	368,47	368,39	367,83	367,95	368,03	367,51	−13

Bemerkung zu Tabelle V: Zwischen den einzelnen Versuchen 2 bis 7 war das Manometer vielfach in Gebrauch; dagegen gar nicht von 7 bis 8.

währt im besten Fall, d. h. wenn der Modus seines Gebrauches die unmittelbare Vorgeschichte berücksichtigt. Wir sind berechtigt anzunehmen, daß für jede beliebige von speziellen Gebrauchsrücksichten bestimmte Art der Benutzung dieses Manometers der oben gefundene Grad der Übereinstimmung in seinen Angaben zu erreichen ist: diese selbst aber werden sich ändern mit dem Gebrauch, und die hier in Betracht kommenden gesetzmäßigen Nachwirkungseinflüsse werden ausführlich behandelt im folgenden. Die regellosen kleinen Differenzen sind wohl mit Sicherheit auf alte Reste von Nachwirkungen elastischer und vielleicht auch thermischer Art zurückzuführen, auf Fehler im Amagatmanometer jedenfalls nicht; hier können nur ca. 0,3 mm berechnet und demnach von 1,1 mm $= \Delta_m$ in Abzug gebracht werden. Weil indes unter

den Δ zweimal die Maximalwerte 1,6 mm vorkommen, veranschlagen wir $\pm 1{,}0$ mm Hg $= \pm$ 0,08 Atm. Hochdruck als mittleren nicht weiter korrigierbaren Fehler in den Angaben unseres Manometers für geregelten gleichen Gebrauch, der demnach die *obere Grenze der Meßleistung* darstellt. Wieviel dies in Promille des zu messenden Druckes bedeutet, findet sich in Kolumne 14, Tab. IV. Schon für 180 Atm. ist hier die absolute Genauigkeit erreicht, die das Amagatmanometer verbürgt: $\pm$ 0,5 Promille.

Gesetzmäßige Nachwirkungen bei typischen Gebrauchsweisen des Manometers.

In Tab. IV wurden die Deformationskurven nur für steigenden Druck und für ein gewisses Tempo der Drucksteigerung miteinander verglichen. Auch diese hatte die Nachwirkung schon beeinflußt, indem statt der rein elastischen Kurve $O\,a$ (Fig. 7) durch beginnende Ermüdung der elastischen Kräfte z. B. die Kurve $O\,e$ beschrieben wurde. Je nach der Gebrauchsweise des Manometers, ob bei steigendem oder fallendem Druck und in welchem Tempo der Druckänderung jeweils gemessen wird, ändern sich die Deformationskurven, d. h. herrschen im Manometer trotz gleicher Zeigerangabe verschiedene Drucke. Um nun mit einem Male das größtmögliche Intervall dieser Druckdifferenzen zu erhalten, realisieren wir den Zyklus $O\,a\,b\,c\,d\,O$, der nach früherem den Rahmen für alle möglichen Deformationskurven bildet. Es wurde also möglichst schnell der Druck z. B. auf den Skalenteil 300 Atm. am Federmanometer gebracht, um den Punkt a des größten elastischen Widerstandes zu erreichen, dann diese Deformation konstant gehalten und der Ablauf der Druckermüdung $a\,e\,b$ am Amagatmanometer während 45 Stunden verfolgt. Endlich wurde möglichst schnell auf irgend einen Druck entspannt und dort die allmähliche Erholung in Richtung $c'\,b'$ abgewartet. So konnte in mehreren Zwischenlagen die Breite $a\,b$ des Rechtecks bestimmt werden, eben die gesuchte maximale Nachwirkung. Weil die Nachwirkung in der ersten Zeit nach plötzlicher Deformation am schnellsten verläuft, so war die größtmögliche Geschwindigkeit in der Druckherstellung geboten, die überhaupt die Bedienung der Pumpe und des Amagat-

manometers zuläßt. Um hierbei Fehler in der Temperaturbestimmung der plötzlich sich erhebenden Quecksilbersäule und hauptsächlich Versäumnis durch die Bedienung der Ölersatzpumpe zu vermeiden, ist der Kunstgriff unerläßlich, die angenäherte Quecksilberhöhe schon einige Zeit *vor* der Druckerhöhung durch die Ölersatzpumpe herzustellen (wobei der Druck der Säule durch die Festigkeit der oberen Teile des Amagatmanometers getragen wird). Bei der Entspannung verfährt man ebenso, nur muß hier durch den Abschlußhahn zwischen Feder- und Amagatmanometer letzteres für sich abgeschaltet sein.

Hiernach ergab sich für die dauernde Zeigereinstellung von 300 Atm. folgende Druckermüdung am Amagatmanometer:

Zeit nach Anfang der Druckerhöhung	Quecksilberstand
1 Min.	361,27 cm
14 „	360,87 „
$2^1/_2$ Stunden	360,57 „
45 „	360,26 „

Die Differenz von 10,1 mm Hg = *0,8 Atm.* Hochdruck bedeutet also die *maximale Druckdifferenz*, welche das Magdeburger Manometer *trotz gleicher Zeigerstellung* durch Nachwirkung aufweisen kann. Für die Zwischendrucke 210, 150 und 90 Atm. ergab sich annähernd die gleiche Differenz: 11,2, 9,7, 9,6 mm Hg, wie es der Parallelismus von $O\,a$ und $b\,d$ zeigt. Verzichtet man also darauf, den bekannten Ablauf der Nachwirkung in Rechnung zu ziehen und faßt obige Differenz als „Fehler“ auf, so hat man mit $\pm 0{,}4$ Atm., wozu noch der früher besprochene, nie zu vermeidende Fehler $\pm 0{,}08$ Atm. aus der Inkonstanz der Angaben kommt, also mit $\pm 0{,}5$ Atm. den maximalen Fehler des Magdeburger Manometers überhaupt für gröbste Ansprüche. Berücksichtigt man aber die Nachwirkung (vorläufig nur für steigenden Druck), so kann das nach folgender Vorschrift mit wünschenswerter Genauigkeit geschehen. Für 300 Atm. gibt die Kurve $a\,b\,c$ in Fig. 9a die oben gefundene Druckermüdung mit der Zeit an; $d\,f$ soll die Fehlerbreite $\pm 0{,}08$ Atm. der Kurve $a\,b\,c$ vorstellen (vgl. p. 51). In Rücksicht auf deren nicht unbedeutende Größe im Ver-

gleich zu der Druckermüdung be, die praktisch höchstens in Frage kommt (weil in den ersten Minuten nach Druckänderungen die Kompressionswärme etc. stört), kann in erster Annäherung angenommen werden, daß die in einer gewissen Zeit durch Dauerdruck auf 300 Atm. bewirkte Ermüdung nach plötzlicher Deformation, wie sie Fig. 9a darstellt, gerade zur Hälfte erreicht ist dann, wenn innerhalb der gleichen Zeit die Drucksteigerung von 0 auf 300 Atm. gerade vollzogen ist, weil der Druck während derselben Zeitdauer auf einer im Mittel nur halben Deformation „nachgewirkt" hat. Zugrunde zu legen für die Kurve abc ist der Normalversuch N p. 49 mit dem Tempo von 35 Min. in der Drucksteigerung von 0 auf 300 Atm. Als *Beispiel* bestimmen wir nach dem Diagramm 9a den wahren

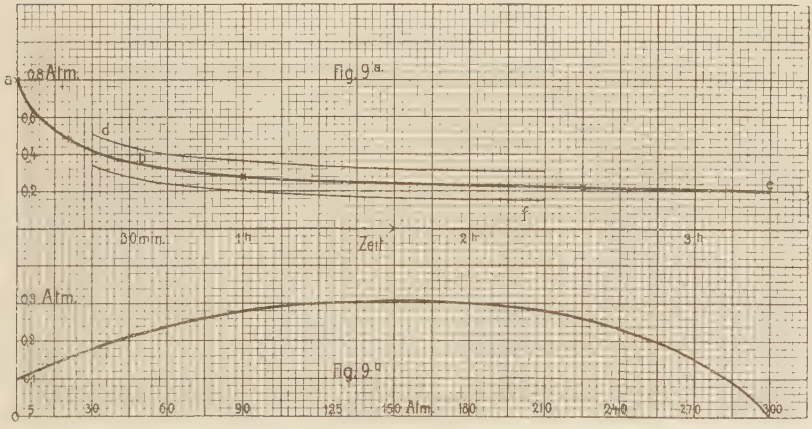

Fig. 9a u. 9b.

Druck für die Zeigerstellung von 300 Atm. unter der Bedingung, daß die Drucksteigerung 1 Stunde gedauert und noch ein halbstündiges Verweilen auf dem oberen Grenzdruck stattgefunden hat. Die Ermüdung während der einstündigen Drucksteigerung ist gleich zu setzen einer unter halbstündigem Dauerdruck nach plötzlicher Deformation bewirkten, zu ihr kommt noch die sich anschließende halbstündige Dauerdruckermüdung, dies gibt zusammen nach unserem Diagramm 0,52 Atm. Der Wert des Normalversuches bezieht sich auf eine Drucksteigerung in 35 Min., entspricht also einer Er-

Tabelle VI.

Magdeburger Manometer.

Zeigerstellung		5	30	60	90	125	150	180	210	240	270	300 Atm.
Nr. 1. $T = 0$ Min.												
Steigender	Druck	cm Hg 6,28	cm Hg 35,53	cm Hg 71,74	cm Hg 107,75	cm Hg 149,93	cm Hg 179,88	cm Hg 215,65	cm Hg 251,45	cm Hg 288,36	cm Hg 324,25	cm Hg 360,89
Fallender	„	6,20	35,33	71,40	107,30	—	179,51	215,35	251,17	288,07	—	—
	Δ mm	0,8	2,0	3,4	4,5	—	3,7	3,0	2,8	2,9	—	—
Nr. 2. $T = 210$ Min.												
Steigender	Druck	6,36	35,61	71,82	107,78	150,00	179,98	215,75	251,52	288,40	324,32	361,00
Fallender	„	5,92	35,17	71,19	107,26	149,35	179,43	215,28	251,05	287,94	323,96	360,68
	Δ mm	4,4	4,4	6,3	5,2	6,5	5,5	4,7	4,7	4,6	3,6	3,2
Nr. 3. $T = 200$ Min. (Überschreitung auf 310 Atm.)												
Steigender	Druck	6,29	35,62	71,76	107,72	149,91	179,90	215,82	251,58	288,36	324,31	360,91
Fallender	„	5,97	35,12	71,13	107,07	149,22	179,07	214,92	250,89	287,85	323,82	—
	Δ mm	3,2	5,0	6,3	6,5	6,9	8,3	9,0	6,9	5,1	4,9	—
Nr. 4. $T = 14$ Stunden.												
Steigender	Druck	6,46	35,72	71,67	107,77	—	179,98	—	251,47	—	—	360,91
Fallender	„	5,85	35,14	71,00	106,93	—	179,15	—	250,88	—	—	360,51
	Δ mm	6,1	5,8	6,7	8,4	—	8,3	—	5,9	—	—	4,0
Nr. 5. $T = 0$ Min.												
Steigender	Druck	6,45	35,74	71,87	—	150,10	—	215,97	—	288,51: Umkehr		
Fallender	„	—	35,67	71,75	—	149,90	—	215,78	—			
	Δ mm	—	0,7	1,2	—	2,0	—	1,9	—			
Nr. 6. $T = 5$ Stunden.												
Steigender	Druck	6,63	35,83	72,01	108,08: Umkehr							
Fallender	„	6,52	35,72	71,93								
	Δ mm	1,1	1,1	0,8								

Das Tempo war in allen Versuchen das gebräuchliche von ca. 35 Min. für den halben Zyklus. T bedeutet die Druckdauer auf dem Umkehrpunkt des Zyklus.

Tabelle VII.

Genfer Manometer.

Zeigerstellung	10	30	55	80	105	130	155	180	205	230	255	295 Atm.
Nr. 1. Manometertemperatur 36°. T = 200 Min.												
	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg
Steigender Druck	15,12	38,13	70,09	99,67	130,81	160,68	192,67	223,51	253,81	284,47	315,76	365,40
Fallender „	14,61	37,25	68,79	98,43	129,13	159,04	190,82	221,68	252,06	282,87	314,68	—
Δ mm	5,1	8,8	13,0	12,4	16,8	16,4	18,5	18,3	17,5	16,0	10,8	—
Nr. 2. Manometertemperatur 18°. T = 190 Min.												
Steigender Druck	14,82	37,84	69,92	99,92	131,19	161,25	193,51	224,67	254,95	286,09	317,76	368,03
Fallender „	14,22	37,11	68,94	98,80	129,89	160,13	192,18	223,30	253,75	285,00	317,16	—
Δ mm	6,0	7,3	9,8	11,2	13,8	11,2	13,3	13,7	12,0	10,9	6,0	—
Nr. 3. Manometertemperatur 18,5°. T = 17 Min.												
Steigender Druck	14,26	37,70	69,96	—	131,14	—	193,72	—	255,27	—	317,96	367,43
Fallender „	13,94	37,26	69,30	—	129,85	—	192,40	—	253,97	—	317,36	—
Δ mm	3,2	4,4	6,6	—	12,9	—	13,2	—	13,0	—	6,0	—

Das Tempo, in welchem der ganze Zyklus hier durchlaufen wurde, exklusive der Dauerdruckzeit T auf 295 Atm., betrug bez. bei Nr. 1, 2, 3: 140, 240, 120 Min.

müdung von 0,37 Atm. An dem Normalwert unter N ist demnach die Korrektion $-0{,}15$ Atm. anzubringen, um den wahren, d. h. unter den obwaltenden Bedingungen herrschenden Druck zu finden. — Für Drucke kleiner als 300 Atm. ist das gleiche Verfahren unter einfacher Proportionalität anzuwenden. Somit ist die Deformationskurve für *steigenden* Druck mit genügender Schärfe festgelegt: betragen doch diese Nachwirkungskorrektionen für alle praktisch vorkommenden Gebrauchsweisen im höchsten Fall das Drei- bis Vierfache der gar nicht vermeidbaren Fehler aus der allgemeinen Inkonstanz, ja verschwinden für geringere Drucke ganz diesem Fehler gegenüber.

Wir können jetzt die Frage nach der Deformationskurve für *fallenden* Druck in ihrer Abhängigkeit vom Tempo so erledigen, daß wir sie mit der soeben bestimmten Kurve für steigenden Druck vergleichen, indem wir den praktisch wichtigen *einfachen Deformationszyklus* realisieren und die Druckdifferenzen angeben, die in beiden Fällen zur gleichen Zeigerstellung gehören.

Die Versuchsergebnisse für die beiden Manometer sind in den Tab. VI und VII p. 54 und 55 enthalten.

Beide Tabellen (VI und VII) zeigen übereinstimmend die typische Schleife der Deformationskurven für den einfachen Druckzyklus mit der größten Breite Δ ca. auf dem mittleren Druck. Der Nullpunkt wird nie völlig erreicht, die Schleife ist also nicht geschlossen, wie wir früher schon gefolgert haben. Ihre Abhängigkeit von der Zeiteinteilung des Zyklus zeigt die Schleifenbreite durch die deutliche Vergrößerung an, die sie erfährt, wenn auf dem oberen Grenzdruck eine längere Zeit (T) gewartet wird: im Gegensatz zu einer eigentlichen Hysteresis. In Übereinstimmung mit Cantone finden wir ferner die Schleifenfläche in höherer Temperatur größer, alles offenbar bedingt durch die elastische Nachwirkung. Daß Zyklen mit kleineren oberen Grenzdrucken die Schleife gleichfalls zeigen, wie es auch den Nachwirkungsvorstellungen entspricht, beweist Nr. 5 u. 6, Tab. VI. Ich führe dies nur an, weil Barus[1]) das Ausbleiben einer solchen Schleife unterhalb eines be-

1) C. Barus, Phil. Mag. **31.** p. 403. 1891.

stimmten oberen Druckes beobachtet haben will: zugunsten seiner Hypothese, daß diese „Hysteresis“ durch eine Druckeinwirkung auf das chemische Gleichgewicht der Bourdonröhre bedingt sei.

Ein Vergleich der Größe der maximalen Schleifenbreite ergibt für

das Bourdoninstrument	von	Barus	pro	Zyklus	bis	500	Atm.	ca.	6	Atm.
„	„	„	„	„	„	1000	„	„	50	„
unser	„	„	Genf	„	„	300	„	„	1,1	„
„	„	„	Magdeburg	„	„	300	„	„	0,3	„
Instrumente, in der Reichsanstalt geprüft, pro Zyklus bis 300 Atm.								ca.	0,3—0,6	Atm.

Im folgenden haben wir noch die theoretisch und praktisch wichtige Frage nach der *Abhängigkeit der Schleife vom* (gleichförmigen) *Tempo* des Zyklus genauer untersucht. Wir hatten früher für die beiden Grenzfälle des Tempos, sehr schnelles und sehr langsames, die Koinzidenz beider Deformationskurven gefolgert, also verschwindende Schleifenbreiten. Es ist nun von Interesse zu wissen, welchem der Grenzfälle der praktische Manometergebrauch nahe kommt, und wie weit wir uns im Experiment beiden Grenzfällen nähern können.

Um die äußerste *Schnelligkeit* im Tempo zu erreichen, kann nur *ein* Punkt der Schleife, zweckmäßig der größter Breite bei ca. 150 Atm., untersucht werden. Dabei bedienten wir uns wieder des bereits erörterten Kunstgriffes, die Quecksilbersäule schon genügende Zeit vor dem Versuch angenähert auf den beabsichtigten Druck einzustellen. Der nun rasch auf 300 Atm. gesteigerte und sofort wieder verminderte Druck wird dann nur bei 150 Atm. mit dem Steigrohr des Amagatmanometers in Verbindung gesetzt, sonst bleibt dieses durch einen Hahn abgeschaltet. So konnte der ganze Zyklus in ca. $1^1/_2$ Min. durchlaufen werden, so daß die Zwischenzeit der zwei Ablesungen weniger als 1 Min. betrug. Die folgende Tabelle enthält die Resultate unter Vorwegnahme des Versuches für sehr langsames Tempo.

Tabelle VIII.

Magdeburger Manometer Zeigerstellung 150 kg/qcm				Genfer Manometer Zeigerstellung 155 Atm.			
Steigender Druck cm Hg	Fallender Druck cm Hg	Diff. Atm.	Tempo	Steigender Druck cm Hg	Fallender Druck cm Hg	Diff. Atm.	Tempo
179,89	179,68	0,17	1,5 Min	193,50	192,32	0,95	3 Min.
Frühere Versuche		0,33	70 „	Früherer Versuch		1,07	120 „
Späterer Versuch		0,25	12 Std.	(vgl. Tab. VII. 3)			

Eine 40fache Beschleunigung des Tempos gegen das der früheren Versuche bewirkt also in der Tat eine Verkleinerung der größten Schleifenbreite auf die Hälfte beim Magdeburger Instrument, während eine solche beim Genfer Manometer kaum mit Sicherheit nachzuweisen war, offenbar weil das schnellste Tempo noch zu langsam ist, um die Nachwirkung auszuschließen.

Die eben untersuchten sehr schnellen Tempi haben indes nur theoretisches Interesse, die wirklich vorkommenden praktischen Verwendungsweisen liegen mehr nach der Seite des *langsamen Tempos*. Deshalb wurde noch folgender Druckzyklus ausgeführt, bei dem auf drei Drucken, steigend und fallend, längere Stationen eintraten: bei 90, 210 und 300 Atm.; dies sind die Drucke, die später zur Messung dienen, in den Pausen soll beispielsweise die Kompressionswärme bez. -Kälte abfließen.

In der folgenden Tabelle IX sehen wir deutlich, wie auf den Stationen des Druckes, und zwar bei steigendem die ermüdende, bei fallendem die erholende Nachwirkung das definitive Gleichgewicht zu erreichen sucht; wirklich erreicht wurde es, wie es scheint, von beiden Seiten nur bei 90 Atm. im Versuch I. Hier verschwände also die Schleifenbreite vollkommen und die Existenz einer eigentlichen Hysteresis wäre damit direkt widerlegt. Doch wollen wir auf die Beweiskraft dieser einzigen Beobachtung nicht ausschlaggebendes Gewicht legen.

Tabelle IX.

Magdeburger Manometer.

Zeigerstellung Atm.	Versuch I. 28.—30./V. 1903		Versuch II. 2./VI. 1903
	Steigender Druck cm Hg	Fallender Druck cm Hg	Fallender Druck cm Hg
5	—	—	6,02
30	35,66	35,34	35,06
60	71,57	71,21	71,07
90	107,83	—	Nach 68^{h} 107,22
90	Nach 3^{h} 107,73	—	„ 21 107,19
90	„ 22 107,43	Nach 15^{h} 107,45	„ 1$^{'}$ 107,11
90	—	—	„ 15^{m} 107,05
90	—	107,06	106,89
125	149,77	149,29	149,01
150	180,01	179,39	179,15
180	215,75	215,21	215,03
210	251,49	Nach 2^{h} 251,06	Nach 21^{h} 250,84
210	Nach 4^{h} 251,21	250,96	250,64
240	288,09	287,81	287,38
270	324,24	324,02	323,42
300	360,75	360,63	360,24
		Nach 1^{h} 40^{m}	Nach 45^{h} Dauerdruck

Anschaulich stellt die Fig. 10 einen Zyklus nach Versuch I dar, wenn als Aufenthaltszeit auf den drei Stationen gleichmäßig 1 Stunde gewählt wird, so daß also der ganze Zyklus in 6 Stunden vollendet ist. Die ausgezogene gebrochene Kurve bezeichnet den wirklichen Gang des Druckes; die gestrichelte, wie der Druck verläuft, wenn die Druckänderung im gleichen Tempo wie zuvor aber ohne Stationen durchgeführt wird mit Ausnahme von 300 Atm., wo dieselbe Ermüdung f wie vorhin abzuwarten ist. Die punktierte Kurve endlich gibt den Zyklus, der in *gleichförmigem* Tempo dieselben Drucke erreicht, die der ausgezogen gezeichnete am Ende der Stationen erreicht; sein Tempo würde ca. 12 Stunden sein.

Charakteristisch ist der Verlauf der Deformationskurven gleich nach den Stationen beim ersten Weiterdeformieren,

bei $i i' i''$. Hier läuft die Kurve nicht parallel der gestrichelten weiter, mit der sie doch gleiches Tempo in der Druckänderung hat, sondern sucht diese wie eine Enveloppe zu gewinnen. Dieser steilere Verlauf bedeutet aber, daß an jenen Strecken zur gleichen Deformationsänderung eine größere Kraftänderung nötig, also ein größerer elastischer Widerstand (Elastizitätsmodul) vorhanden ist, obwohl diese Strecken gerade auf Punkte größter Ermüdung der elastischen Kräfte folgen. Das ist indes nur scheinbar paradox. Denn je weiter die elastische Ermüdung bereits fortgeschritten ist, um so weniger kann sie beim Weiterdeformieren sich geltend machen, um so mehr folgt also die Kurve der steilen Richtung $O a$ der rein elastischen Kräfte.

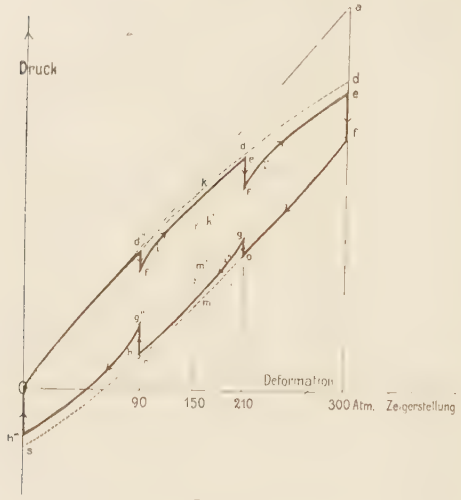

Fig. 10.

Die quantitativen Verhältnisse zu dem gezeichneten langsamen Zyklus ergeben für die Nachwirkungen $d'' f''' = o g' = 0{,}08$, für $d' f' = r g'' = 0{,}17$, für $d f = 0{,}25$ Atm. Da $k m = 0{,}50$ Atm., so bleibt für die größte Schleifenbreite $k' m'$ des im gleichförmigen 12stündigen Tempo durchlaufenen Zyklus ca. 0,25 Atm. (vgl. Tab. VIII).

Damit haben wir entsprechend unseren Folgerungen auch für das sehr langsame, wie schon für das sehr schnelle Tempo eine Verminderung der Schleifenbreite gegenüber der bei mittlerem Tempo festgestellt. Für unsere *praktischen* Zwecke der Druckmessung indessen ist diese Veränderlichkeit der Schleife je nach dem Tempo so gering im Vergleich zur allgemeinen Fehlerbreite ($\pm$ 0,08 Atm.) der Deformationskurven selbst, daß es gerechtfertigt ist, für die gebräuchlichen Tempi zwischen 1 und 12 Stunden pro Zyklus eine *fixe* mittlere Schleife, wie

Fig. 9b gezeichnet, zur Feststellung der Werte für fallenden Druck anzunehmen. Für letzte Feinheiten mag man nach Tab. VIII je nach Tempo interpolieren.

Die Untersuchung der Verhältnisse, wenn mehrere Zyklen am selben Tage sich folgen, ergab 1. eine Depression der steigenden Druckwerte des zweiten Zyklus gegenüber denen des ersten derart, daß diese Depressionen sich gegen den obersten Druckwert vermindern. Diesen steileren Verlauf der Deformationskurve trotz Ermüdung der elastischen Kräfte am Anfang des zweiten Zyklus (durch den Deformationsrest vom ersten Zyklus her) haben wir schon soeben p. 60 als eine verständliche Konsequenz der Nachwirkung besprochen; 2. eine merkliche Koinzidenz der fallenden Druckwerte im ersten, zweiten etc. Zyklus. Auch dies folgt aus der Eigenschaft der Nachwirkung, von der unmittelbaren Vorgeschichte der Deformation am meisten beeinflußt zu werden. Denn in allen Zyklen, also auch schon im ersten, haben fallende Drucke immer steigende zur unmittelbaren Vorgeschichte, im Gegensatz zu den steigenden Drucken, welche beim ersten Zyklus auf gar keine vorherige Beanspruchung folgen und also vom definitiven elastischen Gleichgewicht ausgehen, bei allen folgenden Zyklen aber einen Zyklus (bez. mehrere) bereits zur Vergangenheit haben. In Übereinstimmung mit unseren früheren Überlegungen p. 45 finden wir also für den zweiten Zyklus (und die folgenden) eine Verkleinerung der Schleifenbreite (Energievergeudung) und zwar rein aus Gründen der Nachwirkung, nicht der elastischen Akkommodation, welche ein viel weniger bestimmtes Phänomen zu sein scheint. Wie äußerst gering diese Breite in aufeinander folgenden Zyklen wird, mögen folgende Beobachtungen zeigen, die im schnellsten Tempo für die Zeigerstellung der größten Schleifenbreite (150 Atm.) angestellt sind.

Magdeburger Manometer.

Steigender Druck	Fallender Druck	Steigender Druck	Fallender Druck	Steigender Druck
179,89 cm Hg	179,68 cm Hg	179,66 cm Hg	179,64 cm Hg	179,69 cm Hg

Dieses fast völlige Verschwinden der Schleifenfläche beweist aufs neue die Nichtexistenz einer eigentlichen Hysteresis.

Anormale Gebrauchsweisen des Manometers.

Absicht in gewissen Fällen, meistens aber Unvorsichtigkeit und Zufälle können es veranlassen, daß man nicht auf dem erörterten typischen Weg zur Pointierung des gewünschten

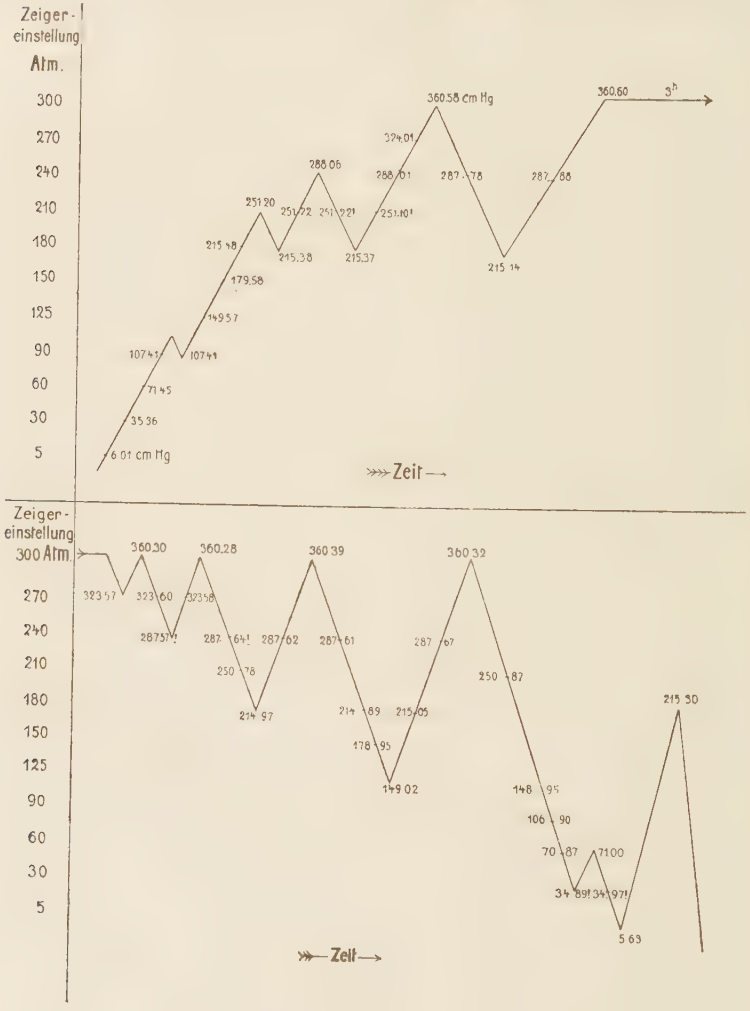

Fig. 11.

Skalenteiles kommt, sondern daß man ihn beim steigenden Druck überschreitet oder beim zu raschen Entspannen unter-

schreitet und dann zurückkehrt, also einen Partialzyklus zu durchlaufen gezwungen ist. Es fragt sich, ob hierdurch nennenswerte störende Nachwirkungen auftreten können. Wir haben das durch den graphisch dargestellten Versuch (Fig. 11) besonders geprüft, der in dem gewöhnlichen Tempo von ca. 1 Min. pro Druckstufe von 30 Atm. durchlaufen wurde. Ein Vergleich der Partialzyklen lehrt, daß *kleine* (bis 5 Atm.) *und sofort wieder aufgehobene Überschreitungen* völlig *einflußlos* auf den ersten normalen Wert bleiben. Bei großen Partialzyklen indes erscheint überall eine Schleife wieder. — Diese Partialschleifen können nun eine in bezug auf die *Energiebedeutung* interessante Umkehrung ihrer sie begrenzenden Deformationskurven zeigen; die ! markieren diese zuerst für Beobachtungsfehler gehaltene Erscheinung, daß die Deformationskurve für steigenden Druck auch unterhalb der für fallenden verlaufen kann und die — freilich nicht geschlossene — Schleifenfläche somit einen irgendwie bedingten Energie*gewinn* anzuzeigen scheint. Dieses bei Partialzyklen wirklicher Hysteresis unmögliche Verhalten wird aufgeklärt dadurch, daß der steigende Druck in diesen Fällen zeitlich später als der fallende stattfindet. Denn die während dieser Zeit verlaufende Nachwirkung nähert die spätere Kurve immer den Orten des definitiven elastischen Gleichgewichtes; im Dreieck der Ermüdung wird also die spätere Kurve steigenden Druckes unterhalb des früheren fallenden Druckes verlaufen, wie umgekehrt im Dreieck der Erholung die spätere Kurve fallenden Druckes oberhalb der früheren steigenden Druckes verlaufen muß. Der in der Fig. 12 durch die schraffierten || Flächen im Dreieck der Ermüdung gezeichnete Energiegewinn hat seine Quelle in der Deformationsarbeit $A\,B\,C\,e$, die vorher gegen die elastischen Kräfte zu leisten war; da diese endlich ist, so

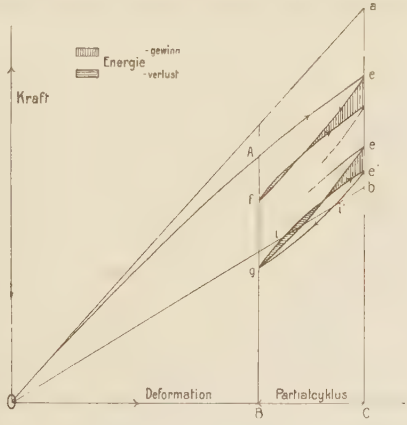

Fig. 12.

kann auch durch fortdauernde Wiederholung des partiellen Deformationszyklus dieser Energiegewinn nicht fortdauern, er wird vielmehr für jeden folgenden Zyklus kleiner und muß allmählich durch algebraisch Null (Zyklus *e' g i e''*) in die richtige stationäre Schleife *e'' i' g i e''* übergehen, wo die Deformationskurven sich wieder der Lage nach vertauscht haben und jetzt dauernd mit jedem Zyklus ein Energie*verlust* wiederum stattfindet. Diese geschlossene Schleife verläuft dann symmetrisch zur Linie *i i'' b* des definitiven elastischen Gleichgewichtes halb im Dreieck der Ermüdung, halb in dem der Erholung, wie wir früher p. 45 für den ganzen Zyklus schon auseinandergesetzt haben.

Überschreitungen des obersten Druckes, wie sie uns einmal (vgl. Tab. VI, 3) zustieß, scheinen große Nachwirkungen zur Folge zu haben und sind deshalb zu vermeiden.

III. Die absolute Eichung der Manometer.

Für unsere bisherigen Untersuchungen hatten die Skalenteile der Federmanometer nur die Bedeutung von fixen Marken für gleiche Deformationen der Bourdonröhre, die Atmosphärenangaben brauchten nur angenähert richtig zu sein. Jetzt fragen wir nach den absoluten Druckwerten dieser Skalenteile. Da alle unsere Betrachtungen über die korrigierbaren gesetzmäßigen Einflüsse der Nachwirkung beim Magdeburger Manometer den Normalversuch *N* (Tab. IV) zugrunde legen mußten, dieser auch am ehesten nachkontrolliert werden kann, so ist es konsequent, dessen Werte auch für die absolute Eichung zu verwenden. Für das Genfer Instrument waren die letzten Versuche (vgl. Tab. V) maßgebend.

In Rücksicht auf die mögliche Fehlergröße unserer absoluten Druckwerte von $\pm 0{,}5$ Promille des betreffenden Druckes und auf die störenden Nachwirkungen, die, wenn man sie als „Fehler“ rechnen will, beim Magdeburger Manometer ca. $\pm 0{,}2$ Atm. betragen, können die Eichfehler Δ der Fabrik (vgl. Tab. X) als nicht allzu erheblich bezeichnet werden. Eine Andeutung eines Temperatureinflusses liegt im Gange der Δ ausgesprochen; doch würde diese Rücksicht — daß von der Fabrik etwa bei höherer Temperatur geeicht sei — kaum eine Verbesserung der Δ er-

geben. Unsere Eichung bezieht sich auf die übliche Aufstellung der Manometer am Gestell der Druckpumpe, in der sie ja meistens verwandt werden. Bei ihrer Veränderung ist die hydrostatische Niveaudifferenz gegen diese Lage in Rechnung zu ziehen.

Tabelle X.

Magdeburger Manometer, 15°.			Genfer Manometer, 18°.		
Nomineller Druckwert kg/qcm	Wirklicher Druckwert kg/qcm	Differenz Δ kg/qcm	Nomineller Druckwert Atm.	Wirklicher Druckwert Atm.	Differenz Δ Atm.
5	4,56	−0,44	10	10,76	+0,76
30	29,00	−1,00	30	29,74	−0,26
60	59,16	−0,84	55	55,84	+0,84
90	89,27	−0,73	105	105,37	+0,37
125	124,54	−0,46	130	129,66	−0,34
150	149,60	−0,40	155	155,92	+0,92
180	179,51	−0,49	180	180,94	+0,94
210	209,41	−0,59	205	205,70	+0,70
240	240,21	+0,21	230	230,60	+0,60
270	270,25	+0,25	255	256,42	+1,42
300	300,80	+0,80	280	281,41	+1,41
			295	296,46	+1,46

Es schien mir Interesse zu haben, auf dem Wege einer *Skalenmessung* des Magdeburger Manometers ein inneres Kriterium womöglich für die Richtigkeit unserer Eichung zu gewinnen, besonders weil sich die Teilung der Skala von der Fabrik als individuell ergab und in Rücksicht hierauf die Abweichungen Δ nicht unerheblich erscheinen. Ich hoffte eine vielleicht einfachere Abhängigkeit zwischen Winkelweg des Zeigers und den von uns bestimmten Druckwerten zu erlangen als es die war, welche sich für die nominellen Werte ergab. Dieses Kriterium wäre in dem Falle einer *direkten* Beziehung zwischen Biegung der Bourdonröhre — beobachtet z. B. mittels Mikroskop oder Spiegelablesung — und Druck wirklich entscheidend, hier freilich schiebt sich noch die Zeigerübertragungsmechanik zwischen diese Beziehung, und nur unter der Voraussetzung, daß durch diese keine erheblichen Sonderbeziehungen hereinkommen, gilt das Kriterium.

In der Fig. 13 sind im gleichen Abstand als Ordinaten die Winkelwege des Zeigers aufgetragen, die einmal (ausgezogene Kurve) zu je 30 Atm. nominellen Druckes und dann (gestrichelte Linie) zu je 30 Atm. des von uns geeichten Druckes gehören. Der Anblick der Figur zeigt erstens in der Tat einen, wenn auch geringen, besseren Anschluß an eine Gerade für unsere als für die andere Kurve. Zweitens aber fällt der große Parallelismus zwischen beiden Kurven auf: fast alle Knicke werden gemeinsam gemacht. Das zeigt deutlich, wie

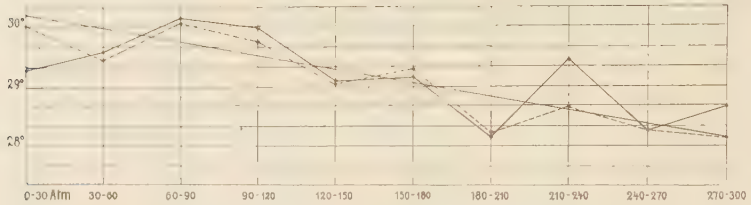

Fig. 13.

wenig streng unsere obige Voraussetzung der mangelnden Übertragungsfehler zutrifft und wie nötig daher die, von der Fabrik ja auch deutlich geübte, individuelle Eichung ist. Die Abweichungen unserer Kurve von der Geraden geben ein ungefähres Maß für die Übertragungsfehler: sie können bis zu 0,5 Atm. ausmachen. Besonders in Rücksicht auf diese Größe scheint mir die Konstanz der Angaben des Magdeburger Instrumentes auf $\pm 0{,}08$ Atm. eine vorzügliche zu sein. Andererseits folgt, daß eine Schätzung eines Interpolationswertes zwischen geprüften Skalenteilen, auch wenn sie nach richtigem Augenmaß geschieht, doch mit Fehlern von $\pm 0{,}25$ Atm. rechnen muß und für Präzisionsmessungen demnach die pointierten Skalenteile selbst festzuhalten sind.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

1. Die angewandte und ausführlich begründete experimentelle Bestimmung der funktionellen Druckflächen des *Amagatmanometers* erlaubte es, dessen absolute Angaben auf $\pm 0{,}5$ Promille zu verbürgen. Seine Empfindlichkeit war $\pm 0{,}025$ Atm.

2. Das mit diesem Normalmanometer untersuchte *Magdeburger Federmanometer* gestattete in seinem ganzen Druck-

bereich unter gleichen Gebrauchsbedingungen überall eine Konstanz seiner Angaben auf $\pm 0{,}08$ Atm. Der Einfluß von Temperatur und elastischer Nachwirkung erwies sich für typische Gebrauchsweisen des Manometers als gesetzmäßig und kann demnach auf Grund der gewonnenen empirischen Daten hinlänglich genau berücksichtigt werden. Die Reste von Fehlern hieraus sind mit $\pm 0{,}03$ Atm. genügend hoch geschätzt. *$\pm 0{,}11$ Atm.* als möglicher Fehler ist also *die größte Genauigkeit, deren unser Manometer fähig ist.* Verzichtet man auf die Korrektionen der elastischen Nachwirkung, so kann für die gewöhnlichen Verwendungsweisen die Fehlerbreite $\pm 0{,}2$ Atm. gelten. Nur in Ausnahmefällen kann diese auf $\pm 0{,}5$ Atm. ansteigen, den Maximalwert der Nachwirkung, welcher nur durch extreme und besonders darauf zielende Versuch erreicht wurde.

3. Das *Genfer Instrument* zeigte qualitativ überall ein gleiches Verhalten. Aber sowohl die zeitlich fortschreitende Änderung seiner Angaben, als auch die Größe seiner Temperatur- und Nachwirkungskorrektionen, welche sich auf das Zwei- bis Vierfache gegenüber dem anderen Manometer belaufen, sowie seine Zeigermängel machen es zu Präzisionsmessungen untauglich. Man kann seine möglichen Fehler auf *$\pm 0{,}5$ Proz.* seiner von uns geeichten Angaben schätzen.

4. Bezüglich der Erklärungsweise der vielgestaltigen Erscheinungen an elastischen Deformationszyklen haben wir die bekannten Gesetze der *elastischen Nachwirkung* als die bedingenden Faktoren überall wieder erkannt und eine eigentliche *Hysteresis* als eine zur Erklärung weder notwendige, noch als wahrscheinlich existierende elastische Eigenschaft hingestellt.

München, Physik. Inst. d. Univ., September 1903.